

# Aplicación de bicorrelación cruzada al rendimiento diario del precio del café

Fecha de recepción: 04.05.2011

Fecha de aceptación: 20.06.2011

*Semei Leopoldo*  
*Coronado Ramírez*  
Universidad de Guadalajara  
semeic@gmail.com

*Jesús Porras Serrano*  
Escuela Superior de Economía,  
Instituto Politécnico Nacional  
jporras@icesacv.com.mx

*Salvador Sandoval Bravo*  
Universidad de Guadalajara  
salvsanb@cucea.udg.mx

## Resumen

En este trabajo se utiliza la metodología de bicorrelación cruzada, la cual permite capturar periodos de trascendencia no lineal por medio de funciones ventana y momentos de tercer orden. Esto se aplicó al retorno de cuatro series de *commodities* del café (arábica colombiano, suave, brasileño y otras) que cotiza en el mercado de Nueva York durante el periodo del 20 de junio de 1997 al 27 de octubre de 2010. Los resultados muestran que existe una bicorrelación entre las cuatro series, donde el líder es el café tipo brasileño y hay una menor bicorrelación en los otros, lo que complica las decisiones de los inversionistas en este tipo de series.

Palabras claves: bicorrelación cruzada, *commodities*, rendimiento del precio del café.

Clasificación JEL: C2, C58 y G15.

## Implementation of cross bicornelation for coffee price daily returns

### Abstract

This paper uses the cross bicornelation methodology, which can capture nonlinear trascendence periods through window functions and third-order moments. It applies to the return of four sets of commodities of coffee traded on the New York market (Arabica Colombian, mild Arabica, Arabica Brazilian and Other Arabicas), during the 20/06/1997 - 27/10/2010 period. The results conclude that there is a cross bicornelation among the four series, with Brazilian type coffee being the leader and a lower bicornelation with other Arabicas. This complicates decisions for investors in such series.

Keywords: cross bicornelation, commodities, coffee price return.

JEL classification: C2, C58 and G15.

### Introducción

Los mercados financieros se han estudiado desde distintas perspectivas: económicas, financieras, estadísticas y físicas; estas últimas utilizan conceptos, aplicaciones y métodos a lo que se le conoce como Econofísica (Mantegna y Stanley, 2000). Este tipo estudio se ha empleado para pronosticar el rendimiento, analizar el valor en riesgo, la volatilidad, la teoría de mercados eficientes, las correlaciones, entre otros.

En cuanto a la correlación, ésta se ha realizado desde el simple coeficiente de Pearson hasta con la teoría de matrices aleatorias, la cual a su vez tiene que ver con la correlación cruzada<sup>1</sup>. Existe una variedad de aplicaciones multivariadas utilizando la correlación cruzada a series financieras (Conlon *et al.*, 2009; Utsugi *et al.*, 2003; Podobnick *et al.*, 2009; Tóth y Kertész, 2005; Laloux *et al.*, 1999, 2000; Plerou *et al.*, 1999; Potters *et al.*, 2005, Wilcox y Gebbie, 2007; Sharifi *et al.*, 2004; Nakayama y Iyetomi, 2008; Altay, 2003). Estas aplicaciones han tratado de explicar la correlación entre dos series; se estudia sus eigenvalores para compararlos con la correlación estática; se extrae información del grado de

---

<sup>1</sup>Interprétese correlación cruzada como la covarianza de dos vectores aleatorios.

cornelación que hay entre un par de series, lo cual es útil para emplearla en el pronóstico, excluir oportunidades de arbitraje y determinar si no existen cornelaciones espurias entre el par de series.

Por otra parte, es importante recordar que entre las distintas series financieras que se manejan en el mercado internacional están las *commodities*<sup>2</sup> como son: oro, plata, cobre, petróleo, gas natural, vacuno, cerdo, azúcar, soya, algodón, cacao, maíz, café y trigo. En el nivel mundial uno de los *commodities* más importantes es el café, cuyo principal productor es Brasil, después le siguen Vietnam, Indonesia, Colombia y México (FAO, 2005); los principales mercados internacionales donde se cotiza este producto son Nueva York y Londres (Gómez, 2003). Para la Organización Internacional del Café (OIC, 2002) existen cuatro tipos de cafés<sup>3</sup>: 1) arábica suave colombiana, que se representa por el Colombian Excelso European Preparation Screen Size 15; 2) otras arábicas suaves, representados por Costa Rica: Hard Bean, El Salvador: Strictly High Grown, Guatemala: Hard Bean, Nicaragua: Strictly High Grown; 3) arábicas naturales brasileñas y otras arábicas naturales, que se representa por Brazilian Santos 4; y 4) la arábica robusta, representada por Cote d'Ivoire Grade 2, Indonesia EK Grade 4, Uganda Standard y Vietnam Grade 2.

Existen diversos estudios que analizan la relación del precio *spot* de estos distintos tipos de café, para lo cual utilizan distintas metodologías (Vogelvag, 1992; Milas y Otero, 2002, Milas *et al.*, 2004, Otero y Milas, 2001). Estos trabajos señalan que hay una relación entre los pares de series de los distintos tipos de café, lo cual hay que considerar al momento de realizar el pronóstico. De igual forma, existe una nueva metodología que se ha aplicado a series financieras y no financieras para probar la no linealidad entre la relación de dos series de tiempo *lead/lag* a través de la bicornelación cruzada (Brooks y Hinich, 1999; Czamanski *et al.*, 2007) Está prueba es una extensión del estadístico *hinich portmanteau*, la cual permite capturar periodos de trascendencia no lineal por medio de funciones ventana y momentos de tercer orden (Hinich, 1996).

Por lo anterior, el objetivo de nuestro trabajo es aplicar la bicornelación cruzada,<sup>4</sup> lo cual dará la dirección de la bicornelación a los rendimientos diarios internacio-

---

<sup>2</sup>Producto heterogéneo que se vende a granel y que puede constituir una alternativa de inversión para distintos tipos de inversores en mercados financieros.

<sup>3</sup>Estos cuatro tipos de café son lo que cotizan en el mercado de Nueva York.

<sup>4</sup>La bicornelación cruzada se entiende como la cornelación entre los valores presentes de una serie y los valores previos de la bicornelación cruzada entre dos series.

nales de los distintitos tipos de café que se cotizan en el mercado de Nueva York, utilizando como principal serie el café tipo brasileño. Los resultados encontrados son congruentes con el trabajo de Milas y Otero (2002), quienes concluyen que las series están cointegradas; sin embargo, una diferencia de esta metodología es que el estadístico de bicorrelación cruzada determina los periodos donde ocurre la bicorrelación cruzada.

El trabajo está estructurado de la siguiente manera. En el siguiente apartado se describe el estadístico que detecta la bicorrelación cruzada de dos series; después se indican los datos de la muestra; posteriormente, se presentan los resultados obtenidos y finalmente se ofrecen las conclusiones.

### Bicorrelación cruzada

Se tiene la muestra de dos series estacionarias<sup>5</sup>  $x(t_k)$  y  $y(t_k)$  de tamaño  $N$  en la que cada serie se separa en pequeños marcos (ventanas) de igual longitud no traslapadas. Donde  $t$  es un entero y  $k$  es la  $k$ -ésima ventana y ambas series tienen covarianzas estacionarias conjuntas, las cuales han sido estandarizadas.

Las hipótesis son:  $H_0$ : las series  $x(t_k)$  y  $y(t_k)$  tienen bicovarianzas cruzadas  $C_{xy}(r, s) = E[x(t_k)x(t_k+r)y(t_k+s)] = 0 \forall r, s$  excepto cuando  $r=s=0$  y  $H_1$ : las series  $x(t_k)$  y  $y(t_k)$  tienen bicovarianzas cruzadas  $C_{xy}(r, s) = E[x(t_k)x(t_k+r)y(t_k+s)] \neq 0$ . La invarianza del  $E[x(t_k)x(t_k+r)y(t_k+s)]$  para las permutaciones  $(t_1, t_2)$  implica estacionalidad, lo que lleva al  $E[x(t_k)x(t_k+r)y(t_k+s)]$  que sea una función de dos rezagos y entonces  $C_{xy}(-r, s) = C_{xy}(r, s)$ . Si el máximo rezago usado es  $L < N$ , entonces el dominio principal para las bicovarianzas es el rectángulo  $\{1 \leq r \leq L, -L \leq s \leq L\}$  (Brooks y Hinich, 1996).

Si se rechaza la hipótesis nula se sabe que el par de series son dependientes, entonces existe un segundo o tercer rezago entre las dos series que lleva a  $C_{xy}(r, s) \neq 0$  para al menos un valor de  $r$  o un par de valores  $(r, s)$ , respectivamente. Así que la bicorrelación cruzada se denota por

$$C_{xy}(r, s) = \frac{1}{N-m} \sum_{t=1}^{N-m} x(t_k)x(t_k+r)y(t_k+s) \quad (1)$$

<sup>5</sup>Dado que se trabaja con pequeñas muestras en todas las series, la estacionalidad no es un supuesto estricto.

Donde  $m = \max(r, s)$ .

Por lo tanto, el estadístico que detecta bicorrelaciones cruzadas a través de momentos de tercer orden es:

$$H_{xy}(N) = \sum_{s=-L}^L \sum_{r=1}^L (N-m) C_{xy}^2(r, s), \quad (r-s \neq -1, 1, 0) \quad (2)$$

Donde el número de rezagos  $L = N^c$ ,  $0 < c < 0.5$  y cuando  $N \rightarrow \infty$ ,  $H_{xy}(N)$  sigue una distribución  $\chi^2$  con  $L(2L-1)$  grados de libertad.

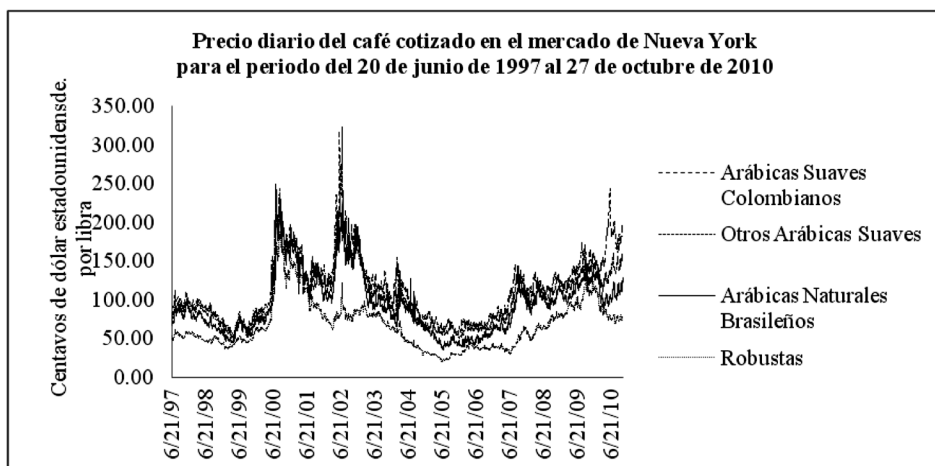
## Datos

La muestra consiste en el precio diario para los cuatro tipos de café que cotizan en el mercado de Nueva York en centavos de dólar estadounidense por libra para el periodo del 20 de junio de 1997 al 27 de octubre de 2010<sup>6</sup> (ver gráfica 1). Los tipos de café son los siguientes: arábica suave colombiana (proveniente de Colombia), otras arábicas suaves (proveniente de Costa Rica, El Salvador, Guatemala y México), arábicas naturales brasileñas (proveniente de Brasil) y las robustas (provenientes de Costa de Marfil, Uganda, Vietnam e Indonesia). El total de datos para cada una de las series es de 4 860.

En la gráfica 1 se muestra cómo las cuatro series de los distintos tipos de café siguen el mismo comportamiento. Los tres primeros están casi encimados uno de otro a excepción de las robustas que se aleja, lo cual indica que hay algún tipo de correlación entre ellos.

<sup>6</sup>Los datos fueron proporcionados por la Organización Internacional del Café (ICO, por sus siglas en inglés).

Gráfica 1



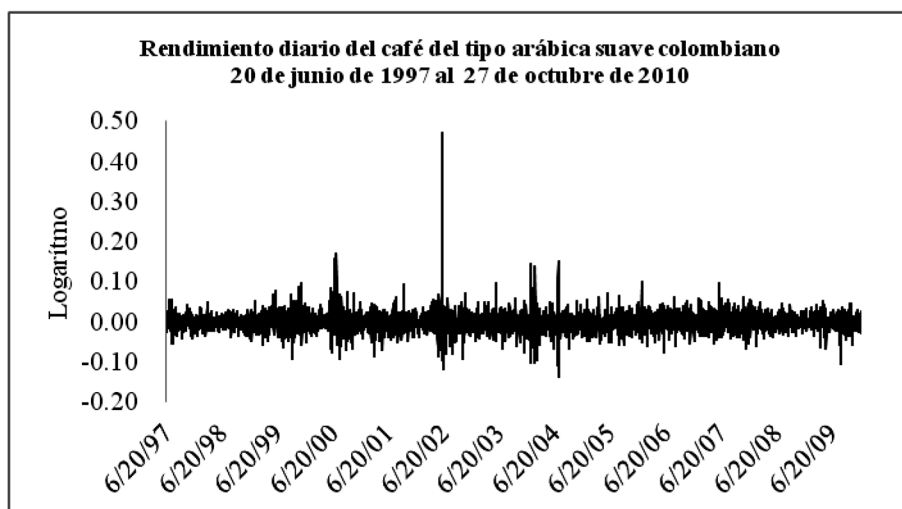
Para el cálculo del rendimiento se transformó cada una de las series a su escala logarítmica  $RC_t = \ln(p_t / p_{t-1})$  para evitar cualquier existencia de dependencia lineal en las innovaciones; es decir, se rechazó que las series son un proceso ruido blanco puro; se ajustaron los residuales de cada una de las series a un proceso autorregresivo  $AR(p)$ ; se prefirió el mejor  $p$  de acuerdo con el criterio de Schwarz. Este criterio de Schwarz (conocido como SC en inglés), a diferencia de otros estadísticos como el criterio de información de Akaike (AIC siglas en inglés), fue consistente para un determinado  $AR(p)$  con respecto a la hipótesis nula de que se genera un mecanismo lineal (Panagiotidis y Pelloni, 2003); esto es, es un criterio que optimiza la selección de rezagos para evitar que resulte un sobre ajuste, ya que resuelve el problema de un sobre ajuste penalizando el número de rezagos, lo que hace que sea más robusto que el AIC, por lo cual se elige entre distintos modelajes el que tenga el menor SC. Se encontró que se ajusta cada una de las series a un  $AR(2)$  (ver cuadro 1 y los gráficos 2,3,4 y 5).

**Cuadro 1**

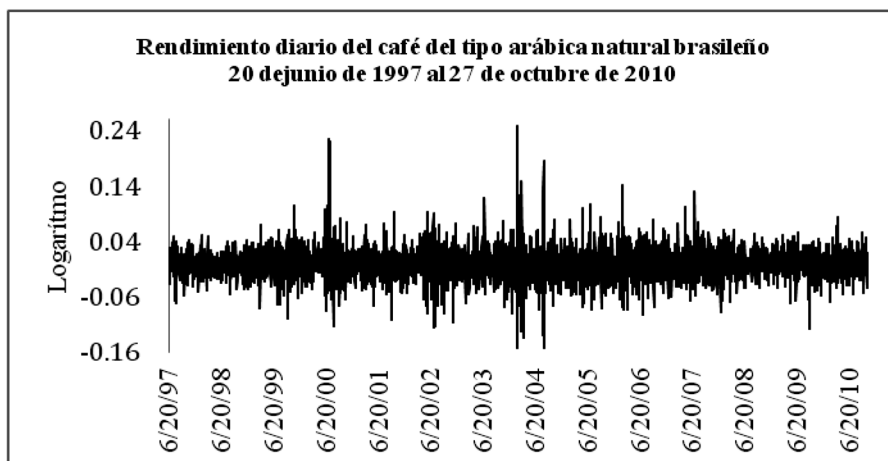
	Coeficientes			
Rezago	A	B	C	D
1	0.0044880	-0.0055870	0.0068000	0.0590700
Estadístico t	3.5600000	-4.1600000	2.7800000	5.3700000
2	-0.0204000	-0.0361200	-0.0311200	-0.0417600
Estadístico t	-2.9800000	-4.2500000	-3.5000000	-4.2300000
Criterio de Schwarz	-23191.13	-22756.74	-21868.47	-25024.92

A= Café colombiano, B= Café brasileño, C= Otros, D= Robustas.  
La suma de los coeficientes es menor o igual que 1

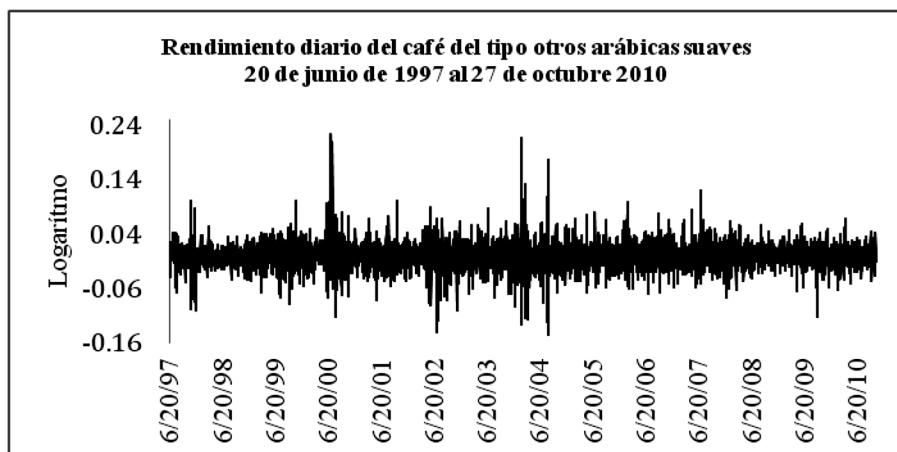
**Gráfica 2**



Gráfica 3

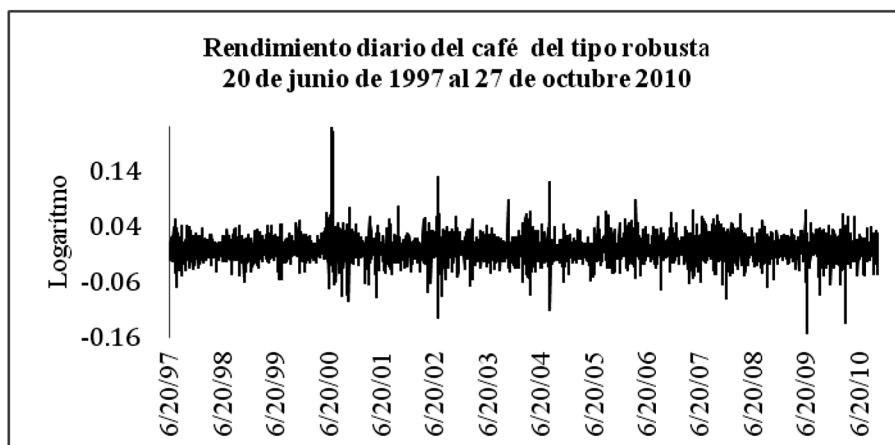


Gráfica 4





Gráfica 5



## Resultados

Para poder rechazar la hipótesis nula de (1) de acuerdo con el estadístico de (2) primero se dividió cada una de las series en 162 ventanas no traslapadas con un  $c = 0.4$ ,  $L = 4860^{0.4} \approx 30$  con un umbral de 0.05 para cada serie. Como son cuatro series, se realiza la combinación de pares de series, lo que dio como resultado seis combinaciones de ello. Los resultados se muestran en el cuadro 2<sup>7</sup>.

<sup>7</sup>Los cálculos se realizan con el programa Txy. disponible en: <http://hinich.webhost.utexas.edu/>

**Cuadro 2**  
**Resultados de ventanas significativas con bicorrelaciones cruzadas**  
**para los distintos tipo de café que cotiza en Nueva York.**  
**20 de junio de 1997 al 27 de octubre 2010**

Serie	Umbral	AR(p) Ajustado	# Windows	Tamaño de la ventana	Número total de ventanas con bicorrelaciones cruzadas significativas <i>H</i>	Ventanas con bicorrelación cruzada								Correlaciones			
						Cxy	Cyx	Cxx	Cyy	(xry,yyz)	(xry,xxx)	(xyy,yyy)	(yyx,xxx)	(yyx,yyy)	(xxx,yyy)		
A/B	0.05	p=2	162	30	30(18.5%)	1(0.6%)	1(0.6%)	6(3.7%)	22(13.6)	0.15	0.09	0.06	0.01	0.06	0.21		
A/C					14(8.6%)	1(0.6%)	1(0.6%)	6(3.7%)	6(3.7%)	0.17	0.17	0.03	-0.14	0.19	-0.03		
A/D					17(10.5%)	3(1.9%)	2(1.2%)	6(3.7%)	6(3.7%)	0.09	0.13	0.01	-0.05	0.3	0.01		
B/C					28(17.3%)	1(0.6%)	0	21(13.0%)	6(3.7%)	0.03	0.25	-0.01	0	0.04	0.13		
B/D					28(17.3%)	1(0.6%)	0	21(13.0%)	6(3.7%)	0.06	0.28	-0.03	0.02	0.09	0		
C/D					1(0.6%)	0	0	1(0.6%)	0	0.13	0.21	0.06	0.10	0.23	0.09		

A= Café Colombiano, B= Café Brasileño, C= Otros, D= Robustas.

Los resultados del cuadro 2 muestran el número de ventas que existieron con bicorrelaciones cruzadas. Se observa que existieron 30 ventanas entre los tipos de café colombiano y brasileño; en segundo lugar la bicorrelación entre Brasil y otros, y Brasil con robustas. La menor correlación es entre otros y robustas, los primeros provienen de Centroamérica y los segundos en su mayoría de África; por lo tanto, existe una fuerte correlación entre el primero, segundo y tercer par de series. Así, también se muestra la correlación entre ellas, la cual es muy pequeña, aunque la correlación más grande se presenta entre el par A/B con un 0.21. En consecuencia, existe una bicorrelación cruzada entre las distintas series, utilizando momentos de tercer orden. Los resultados concuerdan con Milas y Otero (2002), sólo que con una metodología diferente.

## Conclusiones

Los resultados obtenidos concluyen, en primer lugar, que las series están bicorrelacionadas utilizando momentos de tercer orden. La correlación más fuerte ocurre entre los tipos de café colombiano y los tipos de café brasileño. Encontrar estos episodios donde ocurren estas bicorrelaciones permitirá en futuras investigaciones indagar qué es lo que pasa en dichos episodios, así como tomar en cuenta las decisiones de pronóstico cuando se quiera invertir en *commodities*. Además, este tipo de productos no solamente son muy vulnerables a la oferta y demanda, sino también a aspectos climatológicos como sequías, inundaciones, heladas, entre otros. De igual forma, pueden ser vistos como un instrumento de la política económica en los países de origen, ya que son países en desarrollo, los cuales pueden tomar decisiones sobre el movimiento del precio.

## Referencias

- Altay, E. (2003). Cross-autocorrelation between small and large cap portfolios in the german and turkish stock markets. *Journal of Financial Management and Analysis* 17 (2): 2004.
- Brooks, C. y M. Hinich (1999). Cross-correlation and cross-bicorrelations in sterling exchange rates. *Journal of Empirical Finance* 6 (4): 385-404.

- Conlon, T., H. J. Ruskin y M. Crane (2009). Cross-correlation dynamics in financial time series. *Physica A* 388 (5): 705-714.
- Czamanski, D., P. Dormaar, M. Hinich y A. Serletis (2007). Episodic nonlinearity and nonstationarity in Alberta's power and natural gas markets. *Energy Economics*, 29 (1) 94-104.
- FAO (2005). Food and Agriculture Organization (FAO). Disponible en: <http://www.fao.org/es/ess/top/commodity.html?item=656&lang=en&year=2005>
- Gómez, M. R. (2003). Situación de la red café, oportunidades de desarrollo en México. *FIRA* 320 (25): 1-106.
- Hinich, M. (1996). Testing for dependence in the input to a linear time series model. *Journal of Nonparametric Statistics* 6 (2-3): 105-130.
- Laloux, L, P. Cizeau, J. Bouchaud y M. Potters (1999). Noise dressing of financial correlation matrices. *Physical Review Letters* 83 (7): 1467-1470.
- Mantegna, R. y H. E. Stanley (2000). *An introduction to econophysics. Correlations and complexity in finance*. New York: Cambridge University.
- Milas, C. y J. Otero (2002). Smooth transition vector error correction models for the spot prices of coffee. *Applied Economics Letters* 9 (3): 925-928.
- Milas, C., J. Otero y T. Panagiotidis (2004). Forecasting the spot prices of various coffee types using linear and non-linear error correction models. *International Journal of Finance and Economics* 9: 277-288.
- Nakayama, Y. y H. Iyetomi (2008, Noviembre). *Analysis of dynamical cross correlation in financial time series*. Documento presentado en The 7th International Conference on Computational Intelligence in Economics and Finance, Taoyuan, Taiwan.
- Organización Internacional del Café (2002). Reglamento de estadísticas (Reporte 3776/01 Rev.1). Londres, Inglaterra.

- Otero, J. y C. Milas (2001). Modelling the spot prices of various coffee types. *Economic Modelling* 18 (4): 625-641.
- Panagiotidis, T. y G. Pelloni (2003). Testing for non linearity in the labour markets: The case of Germany and the UK. *Journal of Policy Modeling* 25 (3), 275-286.
- Plerou, V., P. Gopikrishnan, B. Rosenow, L. Amaral, T. Guhr y H. Stanley (1999). Universal and non-universal properties and cross correlations in financial data. *Physical Review Letters* 83 (7): 1471-1474.
- Potters, M., J. Bouchaud y L. Laloux (2005). Financial applications of random matrix theory: Old laces and new pieces. *Acta Physica Polonica B* 36 (9): 2767-2784.
- Sharifi, S., M. Crane, A. Shamaie y H. J. Ruskin (2004). Random matrix theory for portfolio optimization: a stability approach. *Physica A* 335 (3-4): 629-643.
- Tóth, B. y J. Kertész (2005). Increasing market efficiency: Evolution cross-correlations of stock returns. *Physica A* 360 (2): 505-515.
- Vogelvang, E. (1992). Hypotheses testing concerning relationships between spot prices of various types of coffee. *Journal of Applied Econometrics* 7 (2): 191-201.
- Wilcox, D. y T. Gebbie (2007). An analysis of cross-correlations in and emerging market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 375 (2): 584-598.



