



Producto estructurado para minimizar costos energéticos de producción sustituyendo petróleo por gas

Structured product to minimize production energy costs by substituting oil for gas

José Antonio Climent Hernández*¹, Domingo Rodríguez Benavides¹,
María Teresa Verónica Martínez Palacios²

¹Universidad Autónoma Metropolitana, México

²Instituto Politécnico Nacional, México

Recibido el 28 de agosto de 2020; aceptado el 27 de agosto de 2021

Disponible en Internet el: 31 de agosto de 2021

Resumen

Este trabajo presenta innovaciones con procesos α -estables para valuar un producto estructurado para minimizar costos energéticos en un periodo dado suponiendo que una organización selecciona entre petróleo y gas para producir electricidad. La posición corta de la opción europea de venta es para minimizar los costos energéticos y la posición larga del bono libre de riesgo tiene un valor nominal equivalente a un contrato a plazo (forward) y es el costo energético estimado que la organización está dispuesta a pagar. La innovación es la valuación del producto estructurado modelando el rendimiento subyacente con un proceso estocástico α -estable. El comportamiento de los rendimientos es analizado con las estimaciones de los estadísticos descriptivos y los parámetros α -estables, justificando estadísticamente la pertinencia del proceso α -estable con pruebas de bondad de ajuste. Concluyendo que la cobertura para el riesgo de precio minimiza los costos energéticos, las opciones α -estables son estadísticamente más eficientes y menos costosas que las opciones gaussianas y que el gas es menos costoso que el petróleo en el periodo estudiado.

* Autor para correspondencia

Correo electrónico: antonio.climent@hotmail.com (J. A. Climent Hernández).

La revisión por pares es responsabilidad de la Universidad Nacional Autónoma de México.

<http://dx.doi.org/10.22201/fca.24488410e.2022.3035>

0186- 1042/© 2019 Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Contaduría y Administración. Este es un artículo Open Access bajo la licencia CC BY-NC-SA (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>)

Código JEL: C16, C46, C14, D81.

Palabras clave: Procesos estocásticos; ingeniería financiera; productos estructurados.

Abstract

This work presents innovations with α -stable processes to value a structured product to minimize energy costs in a given period assuming that an organization selects between oil and gas to produce electricity. The short position of the European put option is to minimize energy costs and the long position of the risk-free bond has a nominal value equivalent to a forward contract and is the estimated energy cost that the organization is willing to pay. The innovation is the valuation of the structured product modeling the underlying returns with an α -stable stochastic process. The performance of the returns is analyzed with descriptive statistics and the α -stable parameters estimation, statistically justifying the relevance of the α -stable process with goodness of fit tests. Concluding that hedging for price risk minimizes energy costs, α -stable options are statistically more efficient and less expensive than Gaussian options and that gas is less expensive than oil in the period studied.

JEL Code: C16, C46, C14, D81.

Keywords: Stochastic processes; financial engineering; structured products.

Introducción

Suponiendo que una organización tiene la posibilidad de elegir entre petróleo y gas para producir energía eléctrica, entonces la organización utiliza petróleo cuando es menos costoso que el gas y utiliza gas cuando es menos costoso que el petróleo, por lo tanto, la organización utiliza la fuente de energía para minimizar los costos de producción. La sustitución de la fuente energética genera una competencia de precios entre el petróleo y el gas por la demanda y la oferta. El precio del gas es regularmente menor que el precio del petróleo, pero existen periodos en los que la relación es inversa.

Hartley et al. (2008) analizan la relación entre los precios del gas natural y el petróleo crudo, concluyendo que la relación entre los precios del gas y el petróleo es indirecta, la tecnología es importante para la relación de largo plazo entre los precios y las desviaciones de corto plazo están influenciadas por los inventarios, el clima y factores estacionales. Venegas Martínez (2008) presenta la valuación de opciones con procesos de Lévy.

Moutinho et al. (2011) analizan la dinámica de corto plazo entre los precios de las mercancías y los precios de la electricidad en España de 2002 a 2005 y la relación de largo plazo entre las tendencias estocásticas de los precios del combustible, gas, carbón y Brent, concluyendo que en el largo plazo la relación de los precios del gas y el Brent están correlacionados y que el precio de la electricidad está explicado por el precio del gas.

Dahl et al. (2012) indican que los precios del gas en el mercado spot del Reino Unido siguen un patrón similar al precio internacional del petróleo, el mercado spot de gas es más líquido, una proporción creciente del gas es utilizada para generar electricidad, compitiendo con el carbón y la energía nuclear, un nivel creciente del gas natural es importado. Encuentran que la tendencia estocástica del Brent es menos predominante que la del gas del National Balancing Point.

Murphy y Oliveira (2013) examinan el precio de los contratos de opción sobre la reserva estratégica de petróleo y consideran cómo es posible de utilizar por el gobierno o por las refinerías. El análisis muestra que una gestión de la reserva estratégica de petróleo produce bienestar social.

Atil et al. (2014) analizan la transmisión de los precios del petróleo a los precios del gas y de la gasolina, concluyendo que los precios del petróleo influyen en los precios del gas y de la gasolina. Joëts (2014) analiza las transmisiones de precios en mercados europeos de futuros sobre energía (petróleo, gas, carbón y electricidad) con vencimientos de 1, 10, 20 y 30 meses en períodos de volatilidad normal y extrema, mostrando que los incrementos de los precios de la energía aumentan con volatilidad extrema, mientras que son casi inexistentes con volatilidad normal, es decir, los mercados energéticos tienen un comportamiento como los activos financieros y que la diversificación del portafolio es más rentable en el largo plazo.

González Pedraza et al. (2014) analizan el comportamiento del riesgo del precio de la energía, donde la exposición a los mercados energéticos es un portafolio de petróleo, gas, carbón y electricidad modelando los rendimientos energéticos con distribuciones condicionales hiperbólicas generalizadas con datos diarios de futuros de energía de agosto de 2005 a marzo de 2012, el análisis muestra la importancia de la leptocurtosis y la asimetría en la distribución de los factores de riesgo energético, concluyendo que las medidas de riesgo para portafolios energéticos con métodos estándar y en modelos con decaimiento de extremo exponencial subestiman el riesgo, especialmente para las posiciones cortas y el corto plazo.

Stern, (2014) indica que los precios internacionales del gas reflejan los fundamentos del mercado de los años 70 y los 90, cuando el gas estaba reemplazando al petróleo y a los derivados del petróleo y que el gas y el petróleo son fuentes de energía competidoras con otros productos energéticos como el carbón.

Kilian (2015) indica que las perturbaciones en el precio del petróleo son un fenómeno recurrente desde la década de 1970, muestra la evolución del precio del petróleo estadounidense desde una perspectiva histórica y lo compara con el precio del carbón y del gas, concluyendo que las perturbaciones positivas del petróleo están asociadas con recesiones en los países importadores, el aumento en el precio del petróleo es una señal de escasez y es una condición previa para el desarrollo y la adopción de tecnologías alternativas de energía.

Schöne (2015) indica que modelar los flujos de efectivo de un proyecto de inversión merece atención en la valuación de opciones reales sobre mercancías donde un estudio empírico revela que los precios no son estacionarios, exhiben rendimientos que no presentan una distribución gaussiana y los resultados sugieren que la elección del proceso estocástico tiene implicaciones significativas para la valuación y las inversiones óptimas.

Gatfaoui (2015) indica que los precios de los productos energéticos están basados en factores como los costos de desarrollo y entrega, es decir, en la oferta. El equilibrio entre demanda y oferta determina los precios de los productos energéticos que dependen del clima, es decir, de efectos estacionales y periódicos (temperatura, lluvia o humedad). La demanda y la oferta dependen de los costos de producción. La generación de energía eléctrica es el resultado de transformar combustibles fósiles (petróleo, gas y carbón), entonces existe correlación entre el precio de la energía eléctrica, el petróleo y el gas: los consumidores usan gas en comparación con los productos derivados del petróleo. El consumo de gas depende del diferencial de precios con el petróleo. El consumo de gas genera ganancias de eficiencia en la industria de vehículos de transporte, mientras que el sector de camiones pesados tiene incentivos fiscales para sustituir petróleo por gas. El sector eléctrico elige petróleo o gas como fuente de energía para producir electricidad, gestionando las oportunidades de sustitución. El proceso de sustitución requiere inversión (equipos o tecnología) que explica las limitaciones de las oportunidades de sustitución de petróleo o productos derivados por gas después de 2005 y que resultan de las inversiones en infraestructura necesarias para permitir la sustitución. La sustitución entre petróleo y gas establece precios implícitos del gas y una competencia de precios entre las dos fuentes de energía. La capacidad de los consumidores para cambiar petróleo (gas) por gas (petróleo) contribuye al proceso de estabilización. Las organizaciones arbitran el diferencial de precios del petróleo y del gas para considerar las diferencias de eficiencia entre petróleo y gas como fuentes de energía. En Nueva York y Nueva Inglaterra, aproximadamente 30 % de la generación de electricidad es resultado del cambio de energía y dada una escasez de gas en periodos de frío son generados aumentos en el consumo de energía y el gas es la fuente de energía principal, entonces las centrales eléctricas utilizan petróleo para producir electricidad y satisfacer el cambio de energía compensando la insuficiencia en el suministro de gas.

Shahmoradi y Swishchuk (2016) indican que los rendimientos de los precios del petróleo presentan una distribución con extremos pesados y sesgo (leptocurtosis y asimetría), entonces utilizan el proceso gaussiano inverso, el proceso de difusión con saltos y el proceso de varianza gamma como tres procesos Lévy con extremos que tienen una mayor frecuencia que la distribución gaussiana. Usan la transformada rápida de Fourier fraccionaria para calibrar los parámetros con datos de opciones europeas sobre futuros de petróleo y concluyen que estos tres procesos de Lévy tienen mejores resultados fuera de la muestra de opciones cercanas al dinero (at the money). Václavík y Klimešová (2016) analizan la

valuación de opciones para cambio de gas que son un conjunto de opciones de venta sobre un diferencial entre los precios de varios productos energéticos e indican que el modelo de valuación es importante.

Arrigoni et al. (2019) indican que el gobierno de Canadá introdujo un impuesto al carbono para reducir las emisiones de gases de efecto invernadero, definen un enfoque para fijar precios del carbono y el precio del carbono como el impuesto necesario para motivar a los productores de electricidad a cambiar carbón por gas natural. Modelan los precios bajo tres procedimientos estocásticos: gaussiano inverso, gaussiano y Heston, concluyendo que el proceso gaussiano inverso supera a los procesos gaussiano y Heston porque considera la naturaleza de los precios de la energía.

Hilliard y Hilliard (2019) desarrollan un modelo de difusión con saltos para la valuación y cobertura con opciones con margen² sobre futuros del Brent. La estimación de los parámetros del modelo y los errores de precios fuera de la muestra se calculan utilizando datos sobre contratos de crudo Brent. Concluyendo que una opción sobre un subyacente de renta variable se cubre eficazmente con un portafolio con dos opciones con margen y el subyacente.

Fang y Chag (2020) utilizan la transformada rápida de Fourier fraccionaria para analizar la eficiencia de la valuación de opciones con el proceso de Lévy. Los resultados indican que la comparación con el modelo gaussiano, los errores de calibración para el proceso de Lévy son menores. Concluyendo que la estimación de los parámetros hace que la valuación de precios sea más precisa, reduciendo el riesgo de una deficiente valuación de las opciones.

El trabajo está organizado de la forma siguiente: en la sección 2 es explicado el procedimiento para estructurar el portafolio con el bono libre de riesgo y la opción europea de venta sobre la relación entre los precios del gas y del petróleo, es presentada la definición de las distribuciones α -estables y el modelo propuesto para la valuación de las opciones europeas de venta α -estables; en la sección 3 es realizado el análisis de la distribución de los rendimientos con la estimación de los estadísticos descriptivos y los parámetros α -estables, son realizadas las pruebas de bondad de ajuste Kolmogorov y Smirnov y Anderson y Darling para justificar la pertinencia de la distribución α -estable, son presentados los ajustes de las distribuciones gaussiana, α -estable y t-Student con las frecuencias absolutas de los rendimientos; en la sección 4 son valuadas las opciones europeas de venta y es realizado un análisis de sensibilidad; en la sección 5 son presentadas las conclusiones y por último la las referencias bibliográficas.

² Las opciones con margen no requieren un pago por adelantado y no existen primas por el ejercicio anticipado.

Producto estructurado

Esta sección presenta el marco teórico y explica el procedimiento para la valuación de la opción europea para cambiar petróleo por gas.

Opción de venta para sustituir petróleo por gas

El trabajo supone una organización con infraestructura de energía dual para utilizar alternativamente dos fuentes de energía para operar una planta y producir energía eléctrica. La organización genera electricidad cambiando entre petróleo y gas, entonces la planta de energía planifica la fecha futura de cambio para usar una fuente de energía alternativa para satisfacer los incrementos de consumo y compensar la escasez en el suministro en la fuente de energía inicial.

Suponiendo que la organización utiliza petróleo o gas como fuente de energía para la producción, entonces la organización tiene los escenarios siguientes:

1. Comprar petróleo cuando el precio del petróleo es menor que el precio del gas.
2. Comprar gas cuando el precio del petróleo es mayor o igual al precio del gas.

Suponiendo que la organización establece una estrategia energética durante un período dado y la elección de energía es tomada en una fecha futura T , entonces la organización optimiza los costos energéticos en la fecha futura T comprando la fuente de energía menos costosa y la estrategia de optimización equivale a pronosticar la tendencia de los costos de energía en el corto o en el mediano plazo.

Si G_T y P_T son los precios del gas y del petróleo en la fecha T , cuando la decisión de elección energética es tomada y si C_T es el costo energético que la organización pronostica mientras toma la decisión energética en el instante T , entonces la organización tiene los escenarios siguientes:

1. $G_T > P_T$, la organización compra petróleo y $C_T = P_T$.
2. $G_T \leq P_T$, la organización compra gas y $C_T = G_T$.

El costo de energía de la organización en el instante T es el mínimo entre el precio del gas y el precio del petróleo, equivalente a los escenarios siguientes:

1. $M_T = \frac{G_T}{P_T} > 1$ y $C_T = P_T$.

$$2. \quad M_T = \frac{G_T}{P_T} \leq 1 \text{ y } C_T = G_T .$$

El costo de energía resultante en el instante T es:

$$C_T = P_T \min \left(\frac{G_T}{P_T}, 1 \right) = P_T \min (M_T, S), \quad (1)$$

donde M_T es el precio subyacente y $S = 1$ es el precio de liquidación al vencimiento, entonces la organización utiliza petróleo cuando el precio del petróleo es menor que el precio del gas y utiliza gas cuando el precio del gas es menor que el precio del petróleo, por lo tanto, el costo de energía de la organización incluye el precio de una opción europea para sustituir petróleo por gas como fuente de energía. El costo energético de la ecuación (1) es escrito, equivalentemente, como:

$$C_T = P_T (S - \max (S - M_T, 0)), \quad (2)$$

donde $S - \max (S - M_T, 0)$ es un portafolio formado por la posición larga de un bono libre de riesgo y la posición corta de una opción europea de venta sobre el subyacente (relación entre el precio del gas y el precio del petróleo) con precio de liquidación al vencimiento $S = 1$ y vencimiento en el instante T , es decir, un producto estructurado sobre la relación entre el precio del gas y el precio del petróleo.

La opción europea de venta es una opción para sustituir petróleo por gas porque es ejercida cuando el precio del gas es menor que el precio del petróleo en el instante T , entonces el costo energético de la organización es la posición larga de un bono libre de riesgo con un valor nominal equivalente al precio del petróleo en el instante T y la posición corta de una opción europea de venta para cambiar petróleo por gas equivalente al precio del petróleo, por lo tanto, la opción para sustituir petróleo por gas minimiza los costos energéticos de la organización en comparación con una política energética basada sólo en petróleo. El costo de energía de la ecuación (2) es escrito, equivalentemente, como:

$$C_T = P_T (1 - \max(1 - M_T, 0)) = P_T (1 - E(\max(1 - M_T, 0) | F_T)), \quad (3)$$

donde $E(\max(1 - M_T, 0) | F_T)$ es el precio de la opción europea de venta en la fecha de vencimiento T , es decir, el valor intrínseco o pago de liquidación de la opción para sustituir petróleo por gas.

La estrategia de cobertura energética presenta los patrones siguientes:

1. La fecha de decisión es fijada para definir el horizonte de la estrategia de cobertura.
2. La posición corta de la opción europea para cambiar la fuente de energía es tomada antes de la decisión con respecto a la elección de las fuentes de energía.

Entonces, la valuación de la opción es necesaria para estructurar la estrategia de cobertura. La valuación de la opción europea cuantifica el ahorro de la organización por la capacidad de sustituir la fuente de energía, por lo tanto, la incertidumbre del precio de la energía es modelada y, por lo tanto, el riesgo es cuantificado con una opción para optimizar el costo energético de la organización.

Distribuciones α -estables

Las distribuciones α -estables están caracterizadas por cuatro parámetros y son denotadas por $S(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$, donde el parámetro de estabilidad $0 < \alpha \leq 2$ indica el grado de leptocurtosis y la pendiente con la que decrecen los extremos de la distribución, el parámetro de asimetría $-1 \leq \beta \leq 1$ indica el grado de asimetría, el parámetro de escala $\gamma > 0$ indica las unidades de dispersión con respecto al parámetro de localización $-\infty < \delta < \infty$ que indica el punto de localización y la moda de la distribución. Las distribuciones α -estables, generalmente, no tienen una expresión analítica cerrada para caracterizar a la variable aleatoria, pero la función característica $\varphi_Z(\kappa)$ o la función de cumulantes $\psi_Z(\kappa)$ caracterizan de forma única a cualquier variable aleatoria α -estable. Una variable aleatoria Y es α -estable si y sólo si $Y = \gamma Z + \delta$, donde Z es una variable aleatoria con la función característica siguiente:

$$\varphi_z(\kappa) = E(\exp(i\kappa Z)) = \begin{cases} \exp\left(-|\kappa|^\alpha \left(1 - i\beta \operatorname{sgn}(\kappa) \tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)\right)\right) & \text{si } \alpha \neq 1 \\ \exp\left(-|\kappa| \left(1 - \frac{2i}{\pi} \beta \operatorname{sgn}(\kappa) \ln(\kappa)\right)\right) & \text{si } \alpha = 1 \end{cases}, \quad (4)$$

donde

$$\operatorname{sgn}(\kappa) = \begin{cases} \frac{\kappa}{|\kappa|} & \kappa \neq 0 \\ 0 & \kappa = 0 \end{cases}.$$

La función de cumulantes de la variable aleatoria Z tiene la forma siguiente:

$$\psi_z(\kappa) = \ln(\varphi_z(\kappa)) = \begin{cases} -|\kappa|^\alpha (1 - i\beta \operatorname{sgn}(\kappa) \tan(\theta)) & \text{si } \alpha \neq 1 \\ -|\kappa| \left(1 - \frac{2i}{\pi} \beta \operatorname{sgn}(\kappa) \ln(\kappa)\right) & \text{si } \alpha = 1 \end{cases}, \quad (5)$$

donde $t^2 = -1$.

Las distribuciones α -estables tienen expresiones analíticas cerradas para las densidades siguientes:

1. Gauss: $S(2, 0, 2^{-2^{-1}} \sigma, \mu)$.
2. Cauchy: $S(1, 0, \gamma, \delta)$.
3. Lévy: $S(2^{-1}, \pm 1, \gamma, \delta)$.

Valuación de opciones europeas de venta α -estables

Las propiedades de los rendimientos históricos permiten deducir las propiedades de los rendimientos neutrales al riesgo para realizar la valuación de las opciones considerando acontecimientos estilizados y condiciones reales del mercado, entonces, en un mercado incompleto y libre de riesgo, el precio de la

opción europea de venta es calculado como el valor actual del pago esperado de liquidación con respecto a la medida neutral al riesgo:

$$p(t, M_t) = \exp(-iT) E^Q (\max(S - M_t, 0) | F_t), \quad (6)$$

donde $E^Q (\max(S - M_t, 0) | F_t)$ es la esperanza condicional del pago de liquidación con respecto a la información en el instante t .

Schöne (2015) y Gatfaoui (2015) indican que los flujos de efectivo de un proyecto de inversión merecen atención porque un estudio empírico revela que los precios de las fuentes de energía exhiben rendimientos que no presentan una distribución gaussiana, entonces la elección del proceso estocástico tiene implicaciones significativas para la valuación de las opciones y las inversiones óptimas, por lo tanto, la primera innovación presentada en este trabajo es suponer que la distribución de los rendimientos es α -estable, la segunda es justificar estadísticamente su idoneidad y la tercera es la valuación de la opción europea sobre el índice propuesto con el modelo α -estable siguiente:

$$c(t, M_t) = \begin{cases} M_t \exp(-r\tau) \Phi(d; \alpha, \beta) - S \exp(-i\tau) \Phi(d; \alpha, -\beta) \\ M_t \exp(-r\tau) (1 - \Phi(-d; \alpha, -\beta)) - S \exp(-i\tau) (1 - \Phi(-d; \alpha, \beta)) \end{cases}$$

$$p(t, M_t) = \begin{cases} S \exp(-i\tau) \Phi(-d; \alpha, \beta) - M_t \exp(-r\tau) \Phi(-d; \alpha, -\beta) \\ S \exp(-i\tau) (1 - \Phi(d; \alpha, -\beta)) - M_t \exp(-r\tau) (1 - \Phi(d; \alpha, \beta)) \end{cases} \quad (7)$$

con:

$$d = \frac{\ln\left(\frac{M_t}{S}\right) + (i - r - \beta\gamma^\alpha \sec(\theta))\tau}{\gamma\tau^{\frac{1}{\alpha}}} \quad y \quad \theta = \frac{\alpha\pi}{2}, \quad (8)$$

donde M_t es la relación entre las fuentes de energía, S es el precio de liquidación, i es la tasa de interés libre de riesgo mexicana, r es la tasa de interés libre de riesgo estadounidense, γ es la

escala anual de los rendimientos y $\tau = T - t$ es el tiempo remanente, donde T es el periodo de vigencia de las opciones y t es el periodo transcurrido.

El modelo aplicado es similar al propuesto por Contreras Piedragil y Venegas Martínez (2011), Rodríguez Aguilar y Cruz Aké (2013) y está basado en la valuación del producto estructurado de capital garantizado propuesto por Climent Hernández y Cruz Matú (2017) donde los parámetros de las distribuciones α -estables son α, β y γ . Considerando que los límites para la valuación de opciones europeas de venta son:

$$\text{máx}(S \exp(-i\tau) - M_t \exp(-r\tau), 0) \leq p(t, M_t) \leq S \exp(-i\tau), \quad (9)$$

donde la valuación de las opciones europeas de venta es libre de arbitraje y considera una distribución leptocúrtica y asimétrica de los rendimientos. La opción europea de venta para cambiar petróleo por gas es ejercida cuando la relación entre los precios del gas y del petróleo es menor que la unidad ($M_T < 1$), es decir, cuando el gas es más barato que el petróleo.

Análisis de la distribución de los rendimientos

Con los datos en consideración es calculada la relación del precio del gas y del precio del petróleo con la muestra de datos.

Rendimientos de los precios del gas y del petróleo

Los datos diarios de las muestras son del 7 de enero de 1997 al 19 de julio de 2019 con 5,350 observaciones para cada serie³, considerando el precio de la mezcla mexicana de petróleo crudo de exportación en dólares por barril y el precio del gas natural Henry Hub en dólares por millón de unidades térmicas británicas. La relación de precios de gas y petróleo es calculada con la conversión térmica de gas a barril de petróleo equivalente y de acuerdo a Gatfaoui (2015) un barril de petróleo representa 5.65853 millones de unidades térmicas británicas, entonces el precio del gas equivalente al precio del petróleo es calculado multiplicando el precio del gas por 5.65853, la relación de los precios del gas y del petróleo es calculada

³Precio del petróleo www.banxico.org.mx/apps/gc/precios-spot-del-petroleo-gra.html.
Precio del gas <https://www.eia.gov/dnav/ng/hist/mngwhhdd.htm>.

como el cociente entre el precio del gas y el precio del petróleo y los rendimientos logarítmicos son calculados como:

$$R_t = \ln(M_t) - \ln(M_{t-1}),$$

donde M_t es el precio subyacente actual, es decir, la relación entre los precios del gas (equivalente al precio del petróleo) y del petróleo. Los estadísticos descriptivos de los rendimientos son presentados la Tabla 1.

Tabla 1
 Estadísticos descriptivos

mín(R)	máx(R)	\bar{R}	\tilde{R}	\hat{R}	S_R	g_1	g_2
-0.5859	0.5594	-0.0003	-0.0004	0.0000	0.0503	0.4528	15.4672

Fuente: Elaboración propia con datos de Banxico y EIA

La Tabla 1 presenta los estadísticos descriptivos y son planteadas las hipótesis siguientes:

1. Los rendimientos son leptocúrticos y asimétricos.
2. Los rendimientos son α -estables.

Estimación de los parámetros α -estables

El análisis de los rendimientos indica que las distribuciones son leptocúrticas y asimétricas, entonces la estimación de parámetros α -estables es realizada con el método de máxima verosimilitud con intervalos de confianza de 95 % y presentada en la Tabla 2.

Tabla 2
 Estimación de los parámetros α -estables

α	β	γ	δ
1.6569±0.0415	0.0072±0.1071	0.0254±0.0007	-0.0007±0.0012

Fuente: Elaboración propia con datos de Banxico y EIA

La Tabla 2 presenta los parámetros de estabilidad y de asimetría que indican que la distribución de los rendimientos es leptocúrtica, con asimetría positiva que se aproxima a cero y con parámetro de localización negativo que también se aproxima a cero, entonces la distribución de los rendimientos es leptocúrtica y simétrica alrededor del origen.

Pruebas de bondad de ajuste

El análisis cuantitativo para probar la hipótesis de que los rendimientos son α -estables con el estadístico de bondad de ajuste Kolmogorov y Smirnov es presentado en la Tabla 3.

Tabla 3
 Pruebas Kolmogorov y Smirnov (95 %)

Distribución	$P(D > d)$	D
Gaussiana	0.0000	0.0764
α -estable	0.4034	0.0122
<i>t-Student</i>	0.9218	0.0075
VEG	0.0000	0.1831

Fuente: Elaboración propia con datos de Banxico e EIA

La Tabla 3 presenta los niveles de significación descriptivos que indican no rechazar las hipótesis de que los rendimientos son α -estables o *t-Student* e indican rechazar las hipótesis de que los rendimientos son gaussianos o valores extremos generalizados. El análisis cuantitativo para probar la hipótesis de que los rendimientos son α -estables es complementado con el estadístico Anderson y Darling y presentado en la Tabla 4.

Tabla 4
 Pruebas Anderson y Darling (95 %)

Distribución	$P(A^2 > a^2)$	D
Gaussiana	0.0000	∞
α -estable	0.4710	0.8140
<i>t-Student</i>	0.9156	0.3281
VEG	0.0000	∞

Fuente: Elaboración propia con datos de Banxico e EIA

La Tabla 4 presenta los niveles de significación descriptivos que indican no rechazar las hipótesis de que los rendimientos son α -estables o *t-Student* e indican rechazar las hipótesis de que los rendimientos son gaussianos o valores extremos generalizados.

Los resultados de las Tablas 3 y 4 indican que las distribuciones α -estables o *t-Student*⁴ son más eficientes que la gaussiana o la de valores extremos generalizados para modelar el comportamiento

⁴ El objetivo de este trabajo no es realizar la valuación de opciones con procesos *t-Student* como es propuesto por Cassidy *et al.* (2010).

empírico de los rendimientos. Por lo tanto, las distribuciones α -estables son pertinentes para modelar los rendimientos y administrar riesgos de mercado (riesgo de precio).

Ajustes de las distribuciones

Los ajustes de las distribuciones α -estable, t-Student y gaussiana a las frecuencias absolutas de los rendimientos son presentados en la Figura 1.

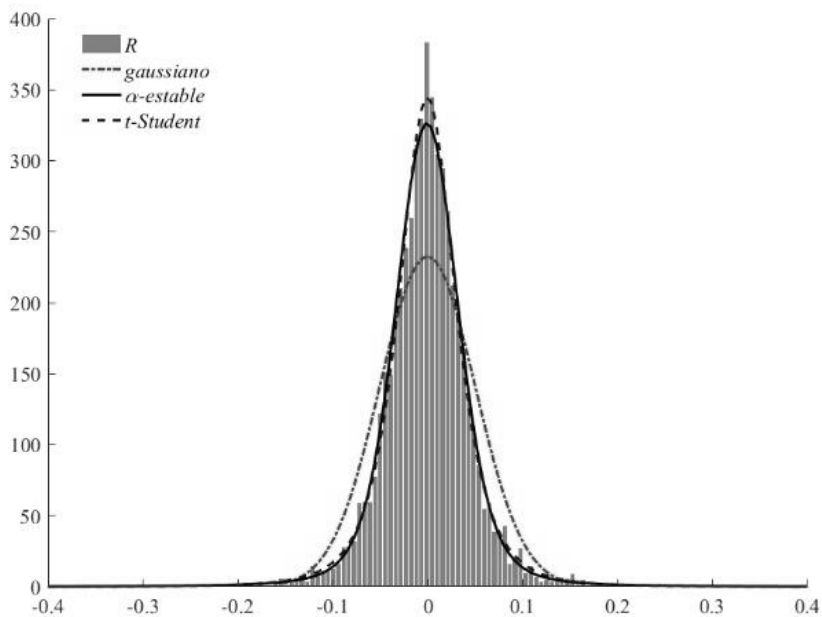


Figura 1. Ajustes a los rendimientos.

Fuente: Elaboración propia con datos de Banxico e EIA.

La Figura 1 presenta los ajustes de las distribuciones y los ajustes indican que la estimación de la distribución α -estable es pertinente para la valuación de la opción europea de venta sobre la relación de los precios del gas y el petróleo.

Valuación de la opción europea de venta

La estimación de los parámetros α -estables para la densidad neutral al riesgo y las pruebas de bondad de ajuste justifican la valuación de opciones europeas de venta suscritas sobre la relación de los precios del gas y el petróleo para cambiar petróleo por gas, entonces con los datos del 19 de julio de 2019 son realizadas las valuaciones de las opciones europeas de venta con los factores iniciales siguientes:

$M_0 = 0.2284$, $\gamma = 0.7148$, $i = 0.0822$, $r = 0.0188$ y $S = 1$ con periodos de cobertura hábiles del 22 de julio de 2019 al 13 de marzo de 2020.

Las opciones son un derecho contingente dependiente del precio subyacente en la fecha de vencimiento, entonces la valuación de opciones europeas es realizada con los modelos gaussiano y α -estable. El desempeño del subyacente durante el periodo hábil de cobertura es presentado en la Figura 2.

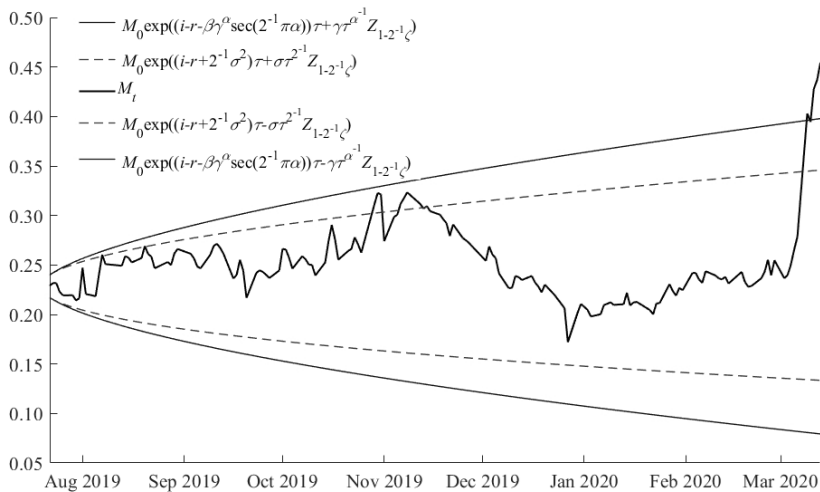


Figura 2. Desempeño de la relación gas y petróleo.

Fuente: Elaboración propia con datos de Banxico, Federal Reserve e EIA.

La Figura 2 presenta el desempeño del subyacente que indica que los días 11, 12 y 13 de marzo de 2020, el subyacente rebasa el límite superior del intervalo de confianza α -estable de 99 % porque el precio del petróleo baja de 35.75 a 25.93. Si el precio subyacente es mayor o igual que el precio de liquidación ($M_T \geq S$), entonces el producto estructurado (portafolio) tiene ganancias acotadas porque la posición larga del bono y las obligaciones por el pago de liquidación de la posición corta de la opción

son nulas, por lo tanto, el valor del portafolio es $\Pi_T = S + p(t, M_t) \exp(iT)$. En caso contrario ($M_T < S$), el producto estructurado tiene ganancias menores porque las obligaciones por el pago de liquidación son equivalentes a los ahorros por el costo de energía que son costeados por la posición larga del bono, entonces el valor del portafolio es $\Pi_T = p(t, M_t) \exp(iT) + M_T$. Por lo tanto, el aumento en el precio subyacente aumenta las ganancias del portafolio. La valuación de las opciones europeas de venta empleando las ecuaciones (7)-(9) es presentada en la Figura 3.

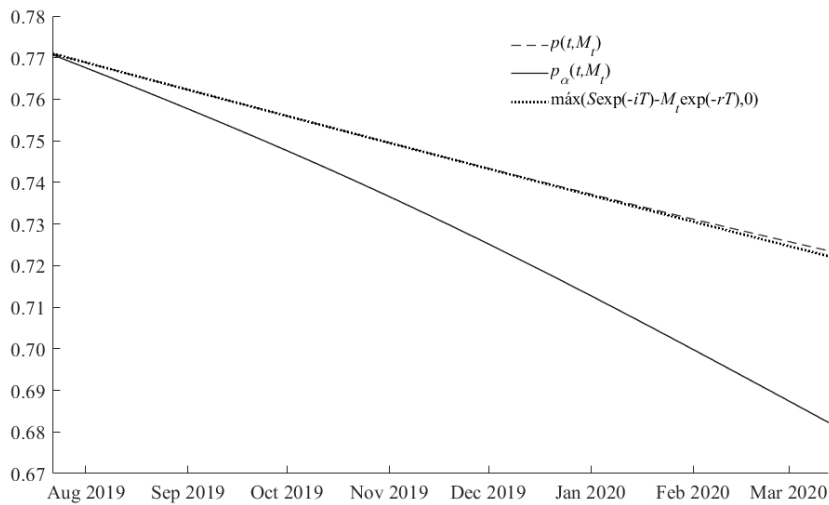


Figura 3. Valuación de opciones europeas de venta.

Fuente: Elaboración propia con datos de Banxico, Federal Reserve e EIA.

La Figura 3 presenta la valuación de las opciones gaussianas, a-estables y el límite inferior para el periodo hábil de cobertura e indica que las opciones gaussianas sobrestiman el riesgo de precio y las opciones α -estables minimizan oportunidades de arbitraje porque el precio de las opciones europeas de venta α -estables suscritas sobre la relación entre los precios del gas y petróleo es el límite inferior de la ecuación (9), es decir, $p_\alpha(t, M_t) = \max(S \exp(-i\tau) - M_t \exp(-r\tau), 0)$. La valuación de las opciones europeas de venta con fechas de vencimiento en los viernes de mediados de cada mes es presentada en la Tabla 5.

Tabla 5
 Valuación de opciones europeas de venta

Vencimiento	$p(t, M_t)$	$p_\alpha(t, M_t)$	$Se^{-iT} - M_t e^{-rT}$	$\max(S - M_T, 0)$	$U(\Pi_T)$
16/08/2019	0.7657	0.7629	0.7657	0.7474	1.0231
20/09/2019	0.7583	0.7514	0.7583	0.7833	0.9858
18/10/2019	0.7524	0.7417	0.7524	0.7447	1.0233
15/11/2019	0.7466	0.7314	0.7466	0.6957	1.0712
13/12/2019	0.7410	0.7205	0.7408	0.7652	1.0006
17/01/2020	0.7340	0.7061	0.7336	0.7873	0.9770
14/02/2020	0.7287	0.6943	0.7279	0.7688	0.9944
13/03/2020	0.7236	0.6822	0.7223	0.5462	1.2158

Fuente: Elaboración propia con datos de Banxico, Federal Reserve e EIA

La Tabla 5 presenta la valuación de las opciones gaussianas, α -estables, el límite inferior, el valor intrínseco y la utilidad del portafolio e indica que el valor de las opciones disminuye cuando aumenta el periodo de cobertura, los precios subyacentes son menores que el precio de liquidación ($S = 1$) en el corto plazo, la cobertura propuesta es eficiente en el corto plazo, los ahorros (valor intrínseco) por el costo energético disminuyen en proporción inversa con el aumento del precio subyacente y las utilidades del portafolio aumentan en proporción directa con el aumento del precio subyacente. El producto estructurado tiene un capital garantizado mínimo equivalente a la valuación de la opción de venta $p_\alpha(t, M_t) \exp(iT)$ invertida a la tasa de interés libre de riesgo durante el periodo de vigencia y una ganancia máxima equivalente al valor nominal del bono y la opción de venta $S + p_\alpha(t, M_t) \exp(iT)$ en la fecha de vencimiento. El desempeño de los ahorros es presentado en la Figura 4.

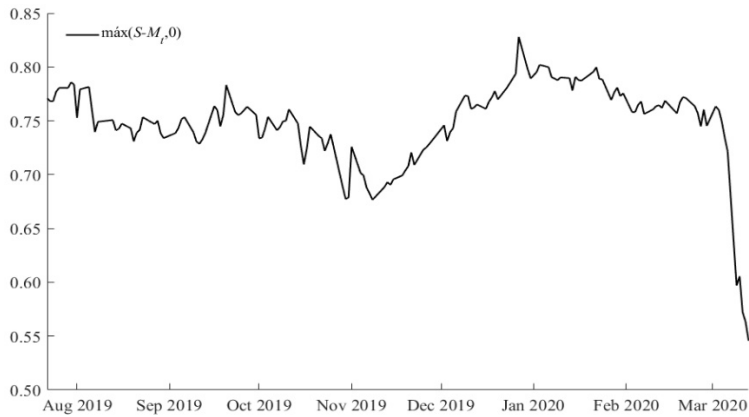


Figura 4. Valor intrínseco.

Fuente: Elaboración propia con datos de Banxico, Federal Reserve e EIA.

La Figura 4 presenta los ahorros por el costo energético e indican que son equivalentes al pago de liquidación (payoff) y disminuyen en proporción inversa con el aumento del precio subyacente, la cobertura propuesta con del producto estructurado es eficiente porque cuando el precio subyacente supera el límite superior del intervalo de confianza, el portafolio permite cambiar petróleo por gas y obtener una ganancia equivalente al producto del precio del petróleo y la opción de venta $P_T P_\alpha(t, M_t) \exp(iT)$ en la fecha de vencimiento considerando el costo energético del gas. El valor del producto estructurado es presentado en la Figura 5.

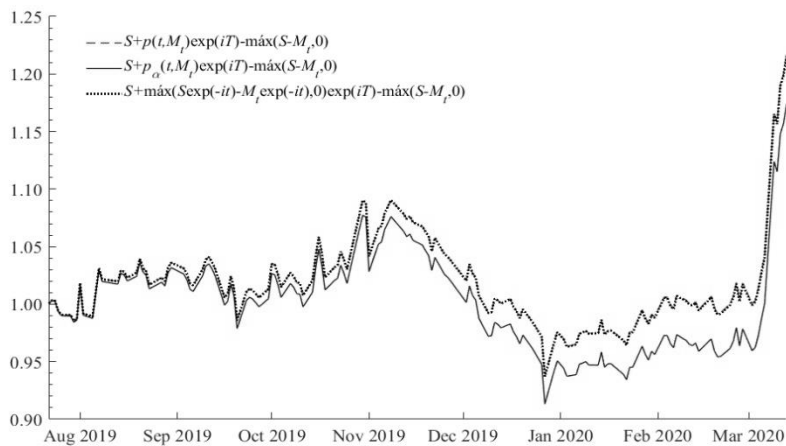


Figura 5. Valor del producto estructurado.

Fuente: Elaboración propia con datos de Banxico, Federal Reserve e EIA.

La Figura 5 presenta el valor del producto estructurado en la fecha de vencimiento e indica que el valor del portafolio es $p_{\alpha}(t, M_t) \exp(iT) + M_T$ porque el precio subyacente es menor que el precio de liquidación ($M_T < S$) y el valor del portafolio aumenta en proporción directa con el aumento del precio subyacente. La cobertura es eficiente porque permite cambiar petróleo por gas y obtener una ganancia equivalente al producto del precio del petróleo y la opción de venta $P_T p_{\alpha}(t, M_t) \exp(iT)$ en la fecha de vencimiento suponiendo que la prima por el riesgo de tipo de cambio es invertida a la tasa de interés libre de riesgo nacional durante el periodo de cobertura porque $P_T(p_{\alpha}(t, M_t) \exp(iT) + M_T) - G_T$ considera el costo energético por cambiar petróleo por gas, entonces la cobertura propuesta es eficiente cuando el precio subyacente es mayor o igual que el precio de liquidación porque la organización continúa produciendo energía eléctrica con petróleo porque el precio del petróleo es menor que el precio del gas.

Análisis de sensibilidad

El análisis de sensibilidad evalúa la eficiencia del producto estructurado para la cobertura energética de la organización, o equivalentemente, la capacidad de cambiar petróleo por gas en el corto plazo. La valuación de las opciones donde el precio subyacente varía en el intervalo $0 \leq M_t \leq 1.5$ y con periodos de cobertura en el intervalo $1 \leq T \leq 365$ días es presentada en la Figura 6.

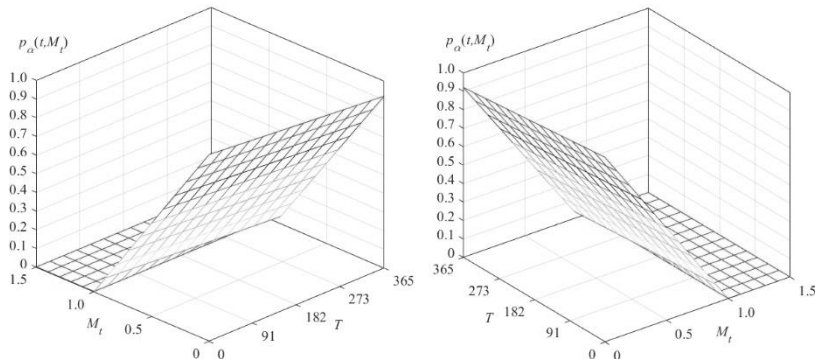


Figura 6. Análisis de sensibilidad con respecto al periodo y al precio.
 Fuente: Elaboración propia con datos de Banxico, Federal Reserve e EIA.

La Figura 6 presenta la valuación de las opciones en función del periodo de cobertura y del precio subyacente y confirma que el valor de las opciones disminuye cuando aumenta el periodo de cobertura, disminuye cuando el precio subyacente en la fecha de negociación aumenta hasta igualar el precio de liquidación donde las opciones tienen un valor nulo. La estrategia es efectiva y la valuación de las opciones α -estables cuantifica adecuadamente el riesgo de precio porque cuando las opciones son negociadas dentro de dinero ($M_t < S$), entonces el valor del producto estructurado en la fecha de vencimiento permite cambiar petróleo por gas y la utilidad es $P_T p_\alpha(t, M_t) \exp(iT)$ o permite el uso de petróleo y la utilidad es $P_T p_\alpha(t, M_t) \exp(iT) = P_T (S - M_T)$. Cuando las opciones son negociadas o fuera de dinero ($M_t \geq S$) y las opciones están dentro de dinero en la fecha de vencimiento, entonces el valor del portafolio es M_T , la opción permite cambiar petróleo por gas y la utilidad es $P_T M_T - G_T = 0$, es decir, nula, pero considerando el costo energético del gas para la producción. Cuando las opciones están fuera de dinero, entonces el valor del portafolio es S y la utilidad es $P_T S - P_T = 0$. Por lo tanto, cuando las opciones están dentro de dinero en la fecha de liquidación, la organización minimiza el costo energético con la cobertura generada con el producto estructurado cambiando petróleo por gas, generando un ahorro que se maximiza cuando el precio subyacente se aproxima a cero y que se minimiza cuando el precio subyacente se aproxima al precio de liquidación. Cuando las opciones están fuera de dinero, la organización continúa generando energía eléctrica con petróleo porque el precio del petróleo es menor que el precio del gas. La probabilidad de que las opciones europeas de venta α -estables estén dentro de dinero ($M_T < S$) en función del precio subyacente y el periodo de vigencia es presentada en la Figura 7.

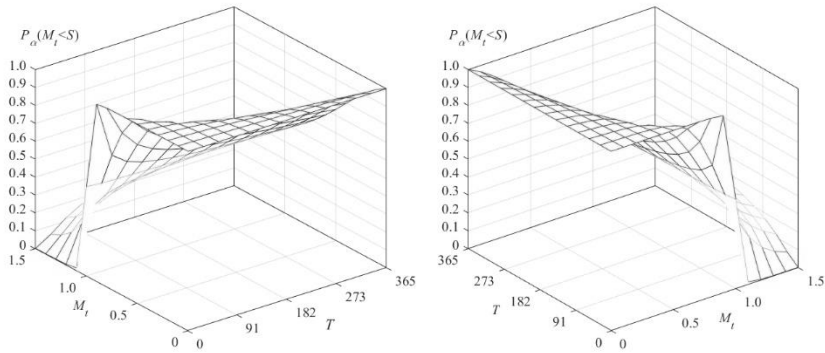


Figura 7. Probabilidad de ejercicio con respecto al periodo y al precio.
 Fuente: Elaboración propia con datos de Banxico, Federal Reserve e EIA.

La Figura 7 presenta las probabilidades de que las opciones estén dentro de dinero en función del periodo de cobertura y del precio subyacente e indica que las probabilidades de cambiar petróleo por gas disminuyen con el aumento del precio subyacente y aumentan cuando aumenta el periodo de cobertura, entonces las probabilidades de que las opciones estén fuera de dinero son decrecientes con respecto al precio subyacente. Por lo tanto, las probabilidades de que las opciones estén fuera de dinero son decrecientes con respecto al precio subyacente y crecientes con respecto al periodo de cobertura. La valuación de las opciones variando la volatilidad en el intervalo $0.1 \leq \gamma \leq 0.9$ y con periodos de cobertura en el intervalo $1 \leq T \leq 365$ días es presentada en la Figura 8.

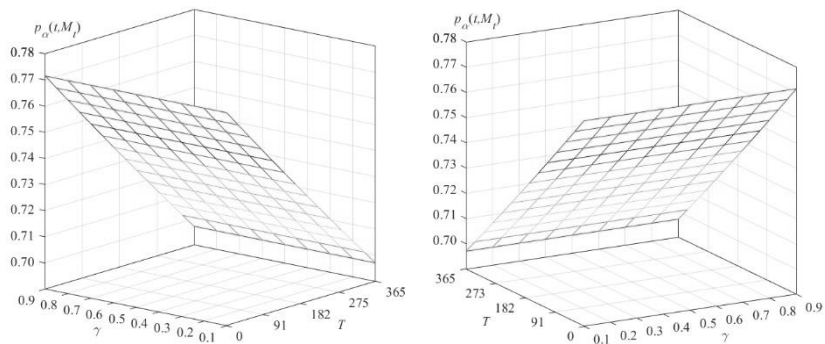


Figura 8. Análisis de sensibilidad con respecto al periodo y a la volatilidad.
 Fuente: Elaboración propia con datos de Banxico, Federal Reserve e EIA.

La Figura 8 presenta la valuación de las opciones en función del periodo de cobertura y del parámetro de escala, confirma que el valor de las opciones disminuye cuando aumenta el periodo de cobertura y que es constante con el cambio de la volatilidad porque el límite inferior en el valor de las opciones europeas de ventas es $\max(S \exp(-i\tau) - M, \exp(-r\tau), 0)$. La valuación de las opciones variando la tasa de interés libre de riesgo en el intervalo $0.01 \leq i \leq 0.15$ y con periodos de cobertura en el intervalo $1 \leq T \leq 365$ días es presentada en la Figura 9.

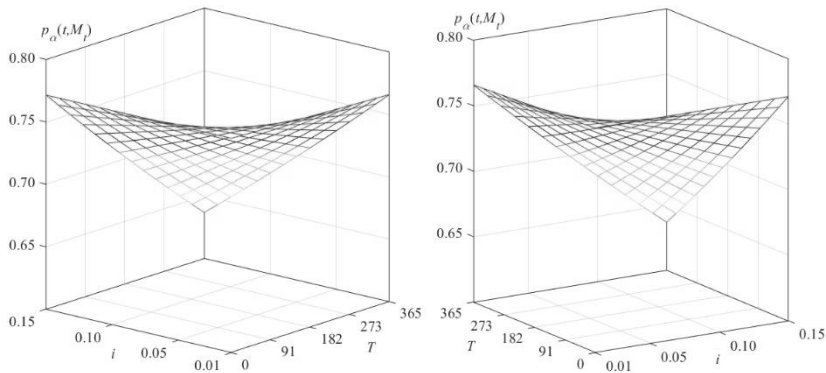


Figura 9. Análisis de sensibilidad con respecto al periodo y a la tasa.
 Fuente: Elaboración propia con datos de Banxico, Federal Reserve e EIA.

La Figura 9 presenta la valuación de las opciones en función del periodo de cobertura y de la tasa de interés e indica que el valor de las opciones es una función convexa que disminuye cuando aumenta el periodo de cobertura o la tasa de interés. La valuación de las opciones variando el precio de liquidación en el intervalo $0.1 \leq S \leq 1$ y con periodos de cobertura en el intervalo $1 \leq T \leq 365$ días es presentada en la Figura 10.

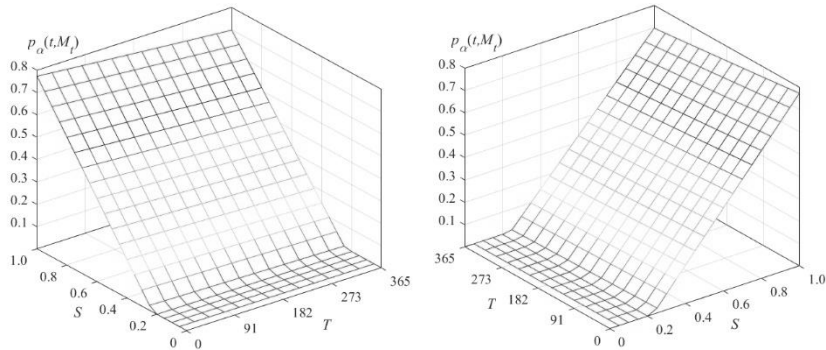


Figura 10. Análisis de sensibilidad con respecto al periodo y al precio de liquidación.
 Fuente: Elaboración propia con datos de Banxico, Federal Reserve e EIA.

La Figura 10 presenta la valuación de las opciones en función del periodo de cobertura y del precio de liquidación presentada e indica que el valor de las opciones es una función convexa que disminuye cuando aumenta el periodo de cobertura y aumenta cuando aumenta la tasa de interés.

El análisis de sensibilidad indica que los ahorros y los costos energéticos por cambiar petróleo por gas o por continuar usando petróleo para producir electricidad, respectivamente, son máximos cuando el precio subyacente se aproxima a cero y son mínimos cuando el precio subyacente se aproxima al precio de liquidación. La estrategia de la organización utilizando el producto estructurado es financieramente eficiente, incluso cuando el precio de liquidación es menor que la unidad porque el valor del portafolio menos el costo energético de producción es:

$$P_T \left(S + p_\alpha(t, M_t) \exp(iT) - \max(S - M_T) \right) - \min(G_T, P_T).$$

Entonces, si el precio del gas es menor que el precio del petróleo, la ganancia de la organización es $P_T p_\alpha(t, M_t) \exp(iT)$ y si el precio del petróleo es menor que el precio del gas la cobertura es eficiente cuando $S + p_\alpha(t, M_t) \exp(iT) \geq 1$.

Los resultados anteriores exhiben que las opciones α -estables son estadísticamente más eficientes que las gaussianas para cuantificar el riesgo de mercado, específicamente el riesgo de precio, los precios y las ganancias de las opciones α -estables son menores que los precios y las ganancias de las opciones gaussianas y el uso de gas es menos costoso que el uso de petróleo para generar energía eléctrica durante el periodo de estudio.

Conclusiones

El producto estructurado es analizado como un portafolio diversificado con la posición larga en un bono libre de riesgo nacional y la posición corta en una opción europea de venta emitida sobre la relación entre el precio del gas y el precio del petróleo con un perfil de riesgo y rendimiento difícil de replicar con productos de los mercados de duda o de capitales y que proporciona acceso a un subyacente sintético.

Los inversionistas generalmente desconocen las características, el método de valuación y la información que tienen está enfocada en los diagramas de pago y no en la probabilidad del pago contingente del portafolio. Los emisores del producto estructurado, por el contrario, cubren riesgos implícitos utilizando productos derivados, en este caso una opción europea de venta.

La estructura proporciona políticas para minimizar los costos de producción para incrementar la competitividad de las organizaciones productoras de electricidad. Los cambios en el precio del petróleo generan cambios en los costos energéticos de producción eléctrica que tienen consecuencias económicas porque los costos energéticos son reflejados en las utilidades y en el consumo.

El supuesto de oportunidad para sustituir petróleo por gas persiste ante los cambios en los precios del gas y del petróleo y la creación de coberturas para minimizar los costos de producción generan ahorros que promueven la competencia. La capacidad de sustituir una fuente energética por otra fuente alternativa con menor precio y la innovación con un producto estructurado de capital garantizado con la justificación estadística de un proceso estocástico α -estable del rendimiento subyacente porque los estadísticos descriptivos indican que los rendimientos subyacentes son leptocúrticos y asimétricos, la estimación de los parámetros y el ajuste a la distribución α -estable confirman estos hechos, mientras que el supuesto gaussiano de los rendimientos analizados es rechazado con las pruebas de bondad de ajuste y no rechazan la hipótesis α -estable. Por lo tanto, el proceso α -estable aplicado a la valuación de la opción europea de venta es pertinente y está justificado estadísticamente. Por lo tanto, la estrategia energética propuesta exhibe que las opciones α -estables son estadísticamente más eficientes que las opciones gaussianas para cuantificar el riesgo de precio, donde las ganancias obtenidas por las opciones europeas α -estables son menores que las ganancias obtenidas por las opciones gaussianas.

El análisis de sensibilidad indica que el producto estructurado de capital garantizado es eficiente para minimizar los costos y permite a los inversionistas participar en las ganancias potenciales del precio subyacente mientras tienen una cobertura contra pérdidas potenciales. La opción europea de venta cuantifica el ahorro de la organización por sustituir la fuente energética de producción, permitiendo obtener un mayor rendimiento que la tasa de interés libre de riesgo nacional. El producto estructurado de capital garantizado maximiza el valor de los activos de los inversionistas con las limitaciones siguientes:

1. La estructura del portafolio es una cobertura imperfecta, es decir, el riesgo de tomar decisiones equivocadas existe.

2. Una parte significativa de la inversión es realizada en la tasa de interés libre de riesgo.

En trabajos futuros sería posible justificar la valuación de opciones t-Student si la pertinencia está estadísticamente justificada o realizar la evaluación de un proyecto de inversión incluyendo los costos de la inversión inicial para las instalaciones que permiten el cambio de la fuente energética, los costos de producción, los ingresos por la distribución de electricidad y las utilidades aplicando medidas como el valor presente neto, la tasa interna de rendimiento, la relación beneficio costo y la valuación de opciones reales.

Referencias

- Arrigoni, A., Lu, W., Swishchuk, A. y Goutte, S. (2019). Energy-Switching using Lévy processes -an application to Canadian and North American data, consultado el 02/03/2020 y disponible en: <https://ssrn.com/abstract=3408174>. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3408174>.
- Atil, A., Lahiani, A. y Nguyen, D. (2014). Asymmetric and non linear pass-through of crude oil prices to gasoline and natural gas prices. *Energy Policy*, 65(2): 567-573. <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2013.09.064>.
- Cassidy, D. T., Hamp, M. J. y Ouyed, R. (2010). Pricing European options with a log Students t-distribution: A Gosset formula. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 389(24): 5736-5748. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2010.08.037>.
- Climent Hernández, J. A. y Cruz Matú, C. (2017). Pricing of a structured product on the SX5E when the uncertainty of returns is modeled as a log-stable process. *Contaduría y Administración*, 62(4): 1160-1182. <https://doi.org/10.1016/j.cya.2017.06.012>.
- Contreras Piedragil, C. E. y Venegas Martínez, F. (2011). Valuación de opciones sobre activos subyacentes con distribuciones estables. *Estocástica: Finanzas y Riesgo*, 1(1): 55-71.
- Dahl, R., Oglend, A., Osmundsen, P. y Sikveland, M. (2012). Are oil and natural gas going separate ways in the United Kingdom? Cointegration tests with structural shifts. *Journal of Energy Markets*, 5(2): 33-58. <https://doi.org/10.21314/JEM.2012.073>.
- Fang, M. y Chang, C. (2020). Fractional Fast Fourier Transform on Pricing Crude Oil Options under Lévy Process, *Cyber Security Intelligence and Analytics*, 249-254. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-43309-3_34.

- Gatfaoui, H. (2015). Pricing the (European) optiontos witch between two energy sources: An application to crude oil and natural gas. *Energy Policy*, 87(12): 270-283. <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2015.09.010>.
- González Pedraza, C., Moreno, M. y Peña, J. I. (2014). Tail risk in energy portfolios, *Energy Economics*, 46: 422-434. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2014.05.004>.
- Hartley, P. R., Medlock III, K. y Rosthal, J. (2008). The relationship of natural gas to oil prices. *Energy Journal*, 29(3): 47-65. <https://doi.org/10.5547/ISSN0195-6574-EJ-Vol29-No3-3>.
- Hilliard, J. E. y Hilliard, J. (2019). A jump-diffusion model for pricing and hedging with margined options: An application to Brent crude oil contracts, *Journal of Banking & Finance*, 98: 137-155. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2018.10.013>.
- Joëts, M. (2014). Energy price transmissions during extreme movements. *Economic Modelling*, 40(6): 392-399. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2013.11.023>.
- Kilian, L. (2015). *Energy Price Shocks. The New Palgrave Dictionary of Economics*. London: Palgrave Macmillan: 1-12. ISBN: 978-1-349-95121-5. https://doi.org/10.1057/978-1-349-95121-5_3008-1.
- Murphy, F. y Oliveira, F. S. (2013). Pricing option contracts on the strategic petroleum reserve, *Energy Economics*, 40: 242-250. <http://dx.doi.org/10.1016/j.eneco.2013.06.016>.
- Moutinho, V., Vieira, J. y Moreira, A. C. (2011). The crucial relationship among energy commodity prices: Evidence from the Spanish electricity market. *EnergyPolicy*, 39(10): 5898-5908. <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2011.06.043>.
- Rodríguez Aguilar, R. y Cruz Aké, S. (2013). Valuación de opciones de tipo de cambio asumiendo distribuciones α -estables. *Contaduría y Administración*, 58(3): 149-172. [https://doi.org/10.1016/S0186-1042\(13\)71225-7](https://doi.org/10.1016/S0186-1042(13)71225-7).
- Shahmoradi, A. y Swishchuk, A. V. (2016). Pricing crude oil options using Lévy processes, *Journal of Energy Markets*, 9(1): 47-63. <http://dx.doi.org/10.21314/JEM.2016.140>.
- Schöne, M. (2015). *Real Options Valuation: The Importance of Stochastic Process Choice in Commodity Price Modelling*. Springer. ISBN: 978-3-658-07492-0.
- Stern, J. (2014). International gas pricingin Europe and Asia: a crisis of fundamentals. *Energy Policy*, 64(1): 43-48. <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2013.05.127>.
- Václavík, T. y Klimešová, A. (2016). Gas swing options: Introduction and pricing using Monte Carlo methods, *Acta Oeconomica Pragensia*, 2016(1): 15-32. <https://doi.org/10.18267/j.aop.496>.
- Venegas Martínez, F. (2008). *Riesgos financieros y económicos: productos derivados y decisiones económicas bajo incertidumbre*, Cengage Learning Latin America. Segunda edición.