



Deuda externa pública y crecimiento en una economía exportadora de materias primas; el caso de Perú

Public external debt and growth in an export economy of raw materials; The case of Perú

Enrique R. Casares*, María Guadalupe García Salazar,
Lucía A. Ruiz Galindo

Universidad Autónoma Metropolitana, México

Recibido el 19 de abril de 2023; aceptado el 31 de julio de 2024

Disponible en Internet el: 1 de noviembre de 2025

Resumen

Se estudia la relación entre deuda externa pública y crecimiento en una economía exportadora de bienes primarios, y más específicamente, la respuesta de la economía cuando ésta enfrenta un aumento en el precio del bien primario de exportación. El gobierno puede reaccionar cambiando la proporción deuda externa pública a producción primaria. Se presentan tres casos, cuando el gobierno, no modifica, disminuye o aumenta la proporción anterior. El modelo teórico propone que la relación entre la proporción deuda externa pública a PIB y crecimiento puede ser positiva o negativa. Se determina esta relación para el caso de Perú. Se encuentra que las dos variables están cointegradas y que existe una relación negativa en el largo plazo entre la proporción deuda a PIB y PIB. Así, por cada 1% que aumente la proporción deuda a PIB, el PIB per-cápita disminuirá en 1.39%. La causalidad va del crecimiento de la proporción deuda a PIB al crecimiento económico.

Código JEL: C22, F43, H63, Q33, O41

Palabras clave: deuda externa pública; finanzas públicas; crecimiento económico; modelo de corrección de error; cointegración

* Autor para correspondencia

Correo electrónico: ercg@azc.uam.mx, (E. R. Casares).

La revisión por pares es responsabilidad de la Universidad Nacional Autónoma de México.

<http://dx.doi.org/10.22201/fca.24488410e.2026.5038>

0186- 1042/© 2019 Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Contaduría y Administración. Este es un artículo Open Access bajo la licencia CC BY-NC-SA (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>)

Abstract

We study the relationship between public external debt and growth in an economy that exports primary goods, and more specifically, the economy's response when it faces an increase in the price of primary export goods. The government can react by changing the proportion of public external debt to primary production. We present three cases when the government does not modify, decrease, or increase the previous proportion. The model proposes that the relationship between the proportion of public external debt to GDP and growth can be positive or negative. We determine this relationship in the case of Peru. We find that the two variables are cointegrated and there is a negative relationship in the long run between the proportion of debt to GDP and growth. Thus, for every 1% increase in the proportion of debt to GDP, per capita GDP will decrease by 1.39%. The causality goes from the growth of the debt-to-GDP proportion to economic growth.

JEL Code: C22, F43, H63, Q33, O41

Keywords: external public debt; public finance; economic growth; error correction model; cointegration

Introducción

En teoría económica la relación entre deuda pública y crecimiento económico no es única. De esta forma, se han desarrollado modelos de crecimiento endógeno que dan una relación negativa, como en Saint-Paul (1992) y Greiner (2012). Sin embargo, Turnovsky (2000) muestra que existe una relación positiva, si el gasto público en infraestructura es financiado mediante deuda pública. Todavía, cuando el déficit público es igual a la inversión pública, Checherita-Westphal, Hallett y Rother (2014) presentan una relación no lineal, en forma de U invertida, entre deuda pública y crecimiento.

La primera contribución de este artículo es presentar un modelo teórico donde se estudia la relación de largo plazo entre la deuda externa pública y crecimiento económico para una economía exportadora de bienes primarios. La economía peruana encaja en este tipo de economía. Así, las exportaciones peruanas tradicionales (mineras) han ocupado aproximadamente un 70% de las exportaciones totales. Asimismo, la proporción deuda externa pública a PIB pasó del 47%, entre 1980-1999, a un 19%, entre 2000-2022. Este desendeudamiento ha sido acompañado por un crecimiento del PIB per cápita del 0%, entre 1980-1999, a un 3.1%, entre 2000-2022 (términos de intercambio favorables). La segunda contribución es estudiar, por medio de análisis de series de tiempo, la relación que hay entre estas dos variables para Perú.

Por tanto, se desarrolla un modelo teórico de crecimiento económico con dos sectores, primario-exportador y manufacturero-importador. La economía es pequeña y exportadora de materias primas, como muchas economías latinoamericanas. Para simplificar, el sector primario-exportador usa un factor fijo y trabajo (Roldos, 1991). El factor fijo es tierra. Sin embargo, se puede también considerar al factor

fijo como un recurso mineral. Stuermer y Schwerhoff (2015) afirman que el progreso técnico aplicado al proceso de descubrimiento-extracción de productos minerales producirá que a largo plazo las reservas minerales sean prácticamente constantes, hasta que termine su utilidad económica (ellos dan evidencia empírica). En este artículo, se considera que el factor fijo está constituido por tierra y recursos minerales. El sector manufacturero-importador usa el factor trabajo y capital físico. En este sector se produce un progreso técnico con un componente exógeno y otro endógeno, por medio de un aprendizaje por la práctica (véase Villanueva y Mariano, 2007). Existe un riesgo país que depende positivamente de la proporción deuda externa pública a producto del sector primario.

También, como encuentran Min, Lee, Nam, Park y Nam (2003), aumentos en los términos de intercambio producen una disminución del riesgo país, por un aumento en la capacidad de pago de la deuda externa. Del mismo modo, Nyambu y Semmler (2017) afirman que incrementos en el precio de las exportaciones primarias provocarán una reducción de la prima de riesgo. Por tanto, el riesgo país estará negativamente relacionado con el precio de las exportaciones. Para financiar sus gastos, el gobierno impone impuestos y emite deuda externa. Los hogares ahorran una fracción variable de su ingreso disponible.¹

Se analiza en el estado estacionario cómo la economía responde a un aumento en el precio del bien primario de exportación. El gobierno puede modificar su política sobre la proporción deuda externa pública a producto del sector primario en tres formas diferentes. El caso 1 (neutral), el gobierno no cambia la proporción deuda externa pública a producto del sector primario. El caso 2 (prudente), el gobierno disminuye la proporción deuda externa pública a producto del sector primario. El caso 3 (sobreendeudamiento), la reacción gubernamental es aumentar la proporción deuda externa pública a producto del sector primario. En el estado estacionario, cuando el precio de las exportaciones aumenta y se da alguna de las tres reacciones del gobierno, se produce una relación positiva o negativa entre deuda externa pública a PIB y la tasa de crecimiento. Así, el modelo teórico propone una relación tanto negativa como positiva de largo plazo entre proporción deuda externa pública a PIB y crecimiento.² Los datos esclarecerán qué tipo de relación existe entre estas dos variables para el caso de Perú.

En la parte empírica, se procedió a plantear un modelo para establecer esta relación para Perú, país pequeño que se caracteriza por ser exportador de materias primas. Se utilizó información anual del Banco Mundial, para el periodo 1980-2022, y se efectuó el análisis de series de tiempo que condujo a la especificación de un modelo de corrección de error constituido por una relación de corto plazo y una de largo plazo. El resultado de estimación y evaluación econométrica muestra que las variables en los

¹Esta economía es una extensión, con deuda externa pública, del modelo teórico presentado en Casares, García-Salazar, Porras y Ruiz-Galindo (2022).

²Casares (2015) presenta una relación no-lineal entre deuda externa pública y crecimiento, en forma de U invertida.

primeros rezagos en la relación de corto plazo y las incluidas en la de largo son estadísticamente significativas, y que el modelo está correctamente especificado. En la relación de cointegración entre el logaritmo de la deuda externa pública a PIB y el PIB per cápita, se obtiene un impacto negativo de la primera variable en la segunda. Es decir, a menor deuda externa pública a PIB mayor crecimiento (caso prudente). Así, por cada uno por ciento que aumente la proporción deuda externa pública a PIB, el PIB per cápita se reducirá en 1.39%. La causalidad de Granger va de deuda externa pública respecto al PIB a PIB per cápita. Por tanto, nuestra estimación, se encuentra dentro de la literatura con relaciones negativas entre deuda y crecimiento (véase siguiente sección, Revisión de la literatura empírica). Nuestro resultado empírico y otros nos llaman a mantener políticas económicas prudentes y benignas en América Latina, manteniendo la estabilidad macroeconómica (véase De Gregorio, 2014).

El artículo está organizado de la siguiente manera. En la sección 2, se presenta un resumen de la literatura empírica. En la sección 3, se desarrolla el modelo de crecimiento. En la sección 4, se redefine el modelo en variables estacionarias. En la sección 5, se deduce el estado estacionario. En la sección 6, se estudia cómo responde la economía, en el estado estacionario, cuando se da un aumento del precio del bien primario de exportación, sin y con diferentes reacciones del gobierno. En la sección 7, se muestra la evidencia econométrica. Finalmente, en la sección 8, se dan las conclusiones.

Revisión de la literatura empírica

La relación entre proporción deuda pública (total o externa) a PIB y crecimiento económico ha sido ampliamente estudiada. Así, para economías avanzadas y emergentes, Woo y Kumar (2015) presentan una relación negativa entre la deuda inicial y el crecimiento subsecuente. Sin embargo, Reinhart y Rogoff (2010) muestran una correlación débil para niveles bajos de deuda a PIB y una relación negativa para niveles altos de deuda a PIB, superiores al 90%. Además, para países en desarrollo, Pattillo, Poirson y Ricci (2011) encuentran una relación no-lineal, en forma de U invertida, en donde el crecimiento se hace negativo a indicadores de deuda externa del 35-40%. De igual modo, Checherita-Westphal y Rother (2012) encuentran, para países europeos, que el umbral está en proporciones del 90-100%, e incluso a niveles de deuda a PIB del 70-80%. Adicionalmente, para un conjunto amplio de países, Qureshi y Liaqat (2020) muestran que existe un impacto negativo de la deuda externa total en el crecimiento. Sin embargo, para países con ingresos medianos, la deuda externa está relacionada positivamente con el crecimiento. También afirman que la deuda externa pública afecta negativamente al crecimiento para todas las naciones. Encuentran evidencia de una relación no lineal, pero sin umbral común. Utilizando métodos de meta-regresión, Heimberger (2023) sintetiza resultados de 47 estudios primarios de la literatura.

En particular, Calderón y Fuentes (2013) obtienen una relación robusta negativa entre la deuda pública bruta y el crecimiento, para 136 países, incluyendo 22 naciones de América Latina. Ellos también encuentran la presencia de no linealidad en esta relación por el nivel de desarrollo y deuda pública. Asimismo, afirman que el comportamiento de Latinoamérica no es diferente al de los otros países. También, estudian el desempeño de las economías latinoamericanas, afirmando que Perú fue uno de los más beneficiados en su crecimiento, debido a sus mejoras en el manejo de las finanzas públicas y el perfil descendente de su deuda pública.

En especial, solamente para economías latinoamericanas, Schclarek (2023) muestra una relación negativa entre deuda externa total y crecimiento económico para 20 países de América Latina y el Caribe (incluyendo Perú). Esta relación negativa está comandada principalmente por la deuda externa pública. Incluso, no encuentra evidencia de efectos no lineales para esta relación. Para relaciones no lineales, Gil-León, Rosso-Murillo y Ramírez-Hernández (2019) estudian el caso latinoamericano (con Perú) y muestran que cuando la deuda pública a PIB pasa del 75% produce un efecto negativo al crecimiento. Por último, Jacobo y Jalile (2023) encuentran, para 15 economías latinoamericanas (incluyendo a Perú), que el impacto de la deuda pública a PIB de corto plazo sobre el crecimiento del PIB es positivo, hasta un umbral de la deuda pública a PIB de entre el 64 y 71%. A largo plazo, el umbral se sitúa entre el 95 y 97%. Por consiguiente, nuestro resultado empírico para Perú está ubicado en la literatura con relaciones negativas.

El modelo de crecimiento

La economía es abierta y pequeña, con dos sectores productivos, primario-exportador y manufacturero-importador. Por tanto, los precios de los bienes y la tasa de interés internacional están dados por el mercado mundial. Las funciones de producción de ambos sectores son Cobb-Douglas. La tasa de crecimiento del progreso técnico tiene un componente endógeno y otro exógeno (véase Villanueva y Mariano, 2007). El gobierno impone impuestos y se financia en el mercado internacional de deuda. Los hogares ahorran una fracción variable de su ingreso disponible.

Sector exportador de bienes primarios

La empresa representativa del sector primario utiliza factor trabajo, un recurso natural fijo y tecnología. Así, la función de producción de la empresa representativa es

$$Y_A = AF^\alpha L_A^{1-\alpha}$$

donde Y_A es el producto o ingreso en el sector primario, A es el progreso técnico exógeno-endógeno (explicado más adelante), F es un factor de producción fijo (estrictamente tierra), L_A es el trabajo empleado en el sector, α y $(1 - \alpha)$ son pagos al factor fijo y a L_A respecto al producto en el sector, respectivamente, con $0 < \alpha < 1$. Es conveniente señalar, como lo hacen Stuermer y Schwerhoff (2015), que nuevas tecnologías aplicadas al proceso de extracción y descubrimiento de recursos minerales han producido que las reservas minerales sean casi constantes (hasta que termine su utilidad comercial). Apoyan su hipótesis con datos históricos. Por tanto, consideramos en este artículo que los recursos minerales son factores fijos.

La empresa representativa del sector primario maximiza beneficios $\pi_A = P_A A F^\alpha L_A^{1-\alpha} - w_A L_A - R_F F$, donde P_A es el precio mundial del bien exportable, w_A es el salario en el sector primario y R_F es el precio de renta del factor fijo. Las condiciones de primer orden son:

$$w_A = P_A A F^\alpha (1 - \alpha) L_A^{-\alpha} \quad (1)$$

$$R_F / P_A = \alpha A F^{\alpha-1} L_A^{1-\alpha} \quad (2)$$

La ecuación (1) dice que w_A es igual al valor del producto marginal de L_A . La ecuación (2) establece que la renta real R_F / P_A es igual al producto marginal de F .

Sector importador de bienes manufactureros

La empresa representativa del sector manufactura utiliza factor trabajo, capital físico y tecnología. Así, la función de producción Cobb-Douglas de la empresa representativa es $Y_M = K^\beta (A L_M)^{1-\beta}$, donde Y_M es el producto o ingreso en el sector manufacturero, K es el acervo de capital físico, L_M es el trabajo empleado en la manufactura, $A L_M$ es el trabajo efectivo, β y $(1 - \beta)$ son pagos al capital físico, y a L_M , respecto al producto manufacturero, respectivamente, con $0 < \beta < 1$.

Se define a r^w como la tasa de interés mundial dada por el mercado internacional y B_G como la deuda externa pública. La economía enfrenta un riesgo país que depende positivamente de la fracción de deuda externa pública respecto a producto del sector exportador ($B_G / P_A Y_A$). Es decir, a mayor nivel de B_G respecto a $P_A Y_A$, el gobierno (y el país) tendrá una menor capacidad de pago y habrá un riesgo país

mayor. La tasa de interés efectiva, r , sobre los activos domésticos (capital físico), la deuda externa pública y la deuda externa privada de los hogares es:

$$r = r^w + \eta(B_G/P_A Y_A) \tag{3}$$

donde η es un riesgo específico del país. En nuestro caso η depende inversamente de P_A , $\eta = \varphi/P_A$, donde φ es un parámetro positivo (véase Min, Lee, Nam, Park y Nam, 2003 y Nyambu y Semmler, 2017). La empresa representativa en el sector manufactura maximiza beneficios $\pi_M = P_M K^\beta (AL_M)^{1-\beta} - w_M L_M - R_K K$, donde P_M es el precio mundial del bien importado, w_M es el salario en el sector y R_K es el precio de renta del capital, dado por $R_K = P_M [r^w + \eta(B_G/P_A Y_A) + \delta]$, donde el parámetro δ es la tasa de depreciación del capital, $\delta \geq 0$. Las condiciones de primer orden son:

$$w_M = P_M A K^\beta (1 - \beta) (AL_M)^{-\beta} \tag{4}$$

$$R_K/P_M = r^w + \eta(B_G/P_A Y_A) + \delta = \beta K^{\beta-1} (AL_M)^{1-\beta} \tag{5}$$

La ecuación (4) establece que w_M es igual al valor del producto marginal de L_M . La ecuación (5) dice que la renta real $R_K/P_M = r^w + \eta(B_G/P_A Y_A) + \delta$ es igual al producto marginal de K .

La tasa de crecimiento del progreso técnico tiene un componente endógeno y otro exógeno (Villanueva y Mariano, 2007). El componente endógeno es producido en el sector manufacturero por un aprendizaje por la práctica (Arrow, 1962). Así, el progreso técnico endógeno es un efecto colateral de $\hat{k} = K/AL_M$, donde \hat{k} es el capital por trabajo efectivo. Es importante señalar que, en este modelo, el aprendizaje por la práctica no se considera una externalidad. El componente exógeno está dado por la constante positiva x . Así, la tasa de crecimiento del progreso técnico es:

$$\frac{\dot{A}}{A} = \theta \left(\frac{K}{AL_M} \right) + x = \theta \hat{k} + x \tag{6}$$

donde $\dot{A} = dA/dt$ y θ es un parámetro positivo.

Como en este artículo, se está interesado en relaciones de largo plazo, se omite un costo de ajuste en la movilidad del trabajo entre sectores. Por tanto, el modelo no tiene dinámica de transición.

Gobierno

La restricción presupuestal del gobierno es:

$$\dot{B}_G = [r^w + \eta(B_G/P_A Y_A)] B_G + G_A + G_M - T_A - T_M \quad (7)$$

donde \dot{B}_G representa el incremento en el tiempo de la deuda externa pública o bonos emitidos por el gobierno en los mercados internacionales (B_G). Se supone que la deuda externa pública es una fracción constante positiva, b_G , del valor de la producción del sector primario-exportador, $B_G = b_G P_A Y_A$, con $0 < b_G < 1$. Diferenciando B_G , se obtiene $\dot{B}_G = b_G P_A \dot{Y}_A$. Así, el riesgo país es $\eta(B_G/P_A Y_A) = \eta b_G$, con $\eta = \varphi/P_A$. El gasto público en bienes primarios, G_A , es una fracción constante positiva, γ_A , del valor de la producción del sector primario, $G_A = \gamma_A P_A Y_A$, con $0 < \gamma_A < 1$. Asimismo, el gasto público en bienes manufactureros, G_M , es una fracción constante positiva, γ_M , del valor del producto del sector manufactura, $G_M = \gamma_M P_M Y_M$ e igual a un impuesto de suma fija cargado a los hogares, T_M , es decir, $G_M = \gamma_M P_M Y_M = T_M$, con $0 < \gamma_M < 1$. Observe que respecto al gasto en bienes importados hay equilibrio presupuestal. Por tanto, la restricción presupuestal del gobierno, ecuación (7), con $b_G = B_G/P_A Y_A$, se convierte en $\dot{B}_G = (r^w + \eta b_G) B_G + G_A - T_A$, donde T_A es un impuesto de suma fija aplicado a los hogares. Para satisfacer la restricción presupuestaria intertemporal anterior, el nivel de T_A se ajusta residualmente.

$$T_A = (r^w + \eta b_G) B_G + G_A - \dot{B}_G \quad (8)$$

Hogares

La restricción presupuestal del hogar representativo es:

$$\begin{aligned} w_A L_A + w_M L_M + R_F F + R_K K - (r^w + \eta b_G) B_H - T_A - T_M \\ = P_A C_A + P_M C_M + P_M I - \dot{B}_H \end{aligned} \quad (9)$$

donde $w_A L_A + w_M L_M$ es el ingreso salarial, $R_F F + R_K K$ es el ingreso por rendimiento de los activos, F y K . Como B_H es la deuda externa privada del hogar representativo, $(r^w + \eta b_G) B_H$ es el pago de intereses sobre la deuda externa privada. El hogar representativo gasta en bienes de consumo, es decir, en $P_A C_A$ y $P_M C_M$ donde C_A es el consumo en el bien primario y C_M es el consumo en el bien manufacturero.

El consumo agregado, C , está definido como $C = P_A C_A + P_M C_M$. Se define $I = \dot{K} + \delta K$ como la inversión bruta, donde \dot{K} es la inversión neta y δK es el monto por depreciación. La acumulación de activos netos de deuda es \dot{K} menos \dot{B}_H , donde \dot{B}_H es el incremento de la deuda privada externa en el tiempo.

Se considera que el hogar representativo tiene una restricción al crédito en el mercado mundial. Con esta restricción, la deuda externa del hogar representativo es una fracción constante positiva, b_H , del capital físico, es decir, $B_H = b_H P_M K$, con $0 < b_H < 1$. En otras palabras, el capital físico se utiliza como colateral para los préstamos internacionales. Así, los hogares poseen todo el acervo de K y los residentes del resto del mundo poseen los bonos privados colocados en el mercado mundial, B_H (véase Barro, Mankiw y Sala-i-Martin, 1995). Diferenciando $B_H = b_H P_M K$, se obtiene que $\dot{B}_H = b_H P_M \dot{K}$.

Se considera que el ahorro del hogar representativo es una fracción variable de su ingreso neto de pagos de intereses e impuestos. La función de ahorro es:

$$S = s[w_A L_A + w_M L_M + R_F F + R_K K - (r^w + \eta b_G) B_H - T_A - T_M] \quad (10)$$

donde s es la tasa de ahorro o inversión que es variable con el tiempo, con $0 < s < 1$.

Mercados

Para obtener la identidad ahorro igual a inversión, primero se sustituye w_A , w_M , R_F y R_K , ecuaciones (1), (2), (4) (5) y $C = P_A C_A + P_M C_M$ en la restricción presupuestal del hogar representativo, ecuación (9), obteniéndose:

$$P_A Y_A + P_M Y_M - (r^w + \eta b_G) B_H = C + P_M I + T_A + T_M - \dot{B}_H \quad (11)$$

Segundo, se sustituye w_A , w_M , R_F y R_K , en la función de ahorro, consiguíéndose:

$$S = s[P_A Y_A + P_M Y_M - (r^w + \eta b_G) B_H - T_A - T_M] \quad (12)$$

Utilizando la ecuación (11) y considerando que el ingreso disponible de los hogares, $P_A Y_A + P_M Y_M - (r^w + \eta b_G) B_H - T_A - T_M$, menos su consumo agregado es igual al ahorro, S , se obtiene que $S = P_M I - \dot{B}_H$. Finalmente, sustituyendo la función de ahorro de los hogares, ecuación (12), en $S = P_M I - \dot{B}_H$, se obtiene la condición de ahorro igual a inversión:

$$s[P_A Y_A + P_M Y_M - (r^w + \eta b_G)B_H - T_A - T_M] + \dot{B}_H = P_M I \quad (13)$$

donde $s[P_A Y_A + P_M Y_M - (r^w + \eta b_G)B_H - T_A - T_M]$ es el ahorro doméstico del hogar representativo y \dot{B}_H es el ahorro externo. Las dos formas de ahorro se dirigen a la inversión. Sustituyendo $T_M = G_M$ y T_A , ecuación (8), en ecuación (11) y considerando que $B = B_H + B_G$, donde B es la deuda externa agregada y $\dot{B} = \dot{B}_H + \dot{B}_G$, se obtiene:

$$P_A Y_A + P_M Y_M - (r^w + \eta b_G)B = C + P_M I + G - \dot{B} \quad (14)$$

donde el producto interno bruto, Y_{PIB} , es $Y_{PIB} = P_A Y_A + P_M Y_M$, $(r^w + \eta b_G)B$ es el pago de intereses sobre la deuda externa privada y pública, el ingreso nacional, Y_{IN} , es $Y_{IN} = P_A Y_A + P_M Y_M - (r^w + \eta b_G)B$ y el gasto público agregado, G, es $G = G_A + G_M$.

Del mismo modo, la cuenta corriente deficitaria de la economía es $\dot{B} = (r^w + \eta b_G)B - (X - M)$ donde, X son las exportaciones del bien primario, M son las importaciones del bien manufacturero y $(X - M)$ es el saldo comercial. Sustituyendo la cuenta corriente deficitaria en la ecuación (14), se obtiene la restricción de recursos de la economía $P_A Y_A + P_M Y_M = C + P_M I + G + (X - M)$. La oferta laboral, L, es constante y el mercado laboral está definido como $L = L_A + L_M$.

Variables estacionarias

El modelo se redefine en variables estacionarias que por definición son constantes en el estado estacionario. Como la oferta total de trabajo es constante, se normaliza a uno, $L = 1$. Con esto, el trabajo empleado en cada sector puede ser redefinido como proporciones, $L_A = n$ y $L_M = (1 - n)$, donde n es la proporción de trabajo empleado en el sector primario y $(1 - n)$ es la proporción de trabajo empleado en el sector manufactura. Por tanto, el mercado laboral se redefine como $n + (1 - n) = 1$. Entonces, n es constante en el estado estacionario y es una variable estacionaria. También, es posible afirmar que el capital por trabajo efectivo, $\hat{k} = K/AL_M$, es constante en el estado estacionario y es otra variable estacionaria. Por tanto, el modelo puede ser resuelto determinando primero los niveles de n y \hat{k} . Una vez conocidos n y \hat{k} , las otras variables del modelo pueden ser determinadas.

Por tanto, se redefinen las ecuaciones del modelo en términos de n y \hat{k} . Quedando como:

$$Y_A = A F^\alpha n^{1-\alpha} \quad (15)$$

$$w_A = P_A A F^\alpha (1 - \alpha) n^{-\alpha} \quad (16)$$

$$R_F = P_A A \alpha F^{\alpha-1} n^{1-\alpha} \quad (17)$$

$$Y_M = A \hat{k}^\beta (1 - n) \quad (18)$$

$$w_M = P_M A (1 - \beta) \hat{k}^\beta \quad (19)$$

Sustituyendo, $B_G = b_G P_A Y_A$, $\eta = \varphi/P_A$ en $r^w + \eta(B_G/P_A Y_A) + \delta = \beta K^{\beta-1} (AL_M)^{1-\beta}$, se tiene:

$$r^w + \frac{\varphi}{P_A} b_G + \delta = \beta \hat{k}^{\beta-1} \quad (20)$$

Solución de estado estacionario

Despejando \hat{k} de la ecuación (20), se obtiene:

$$\hat{k}^* = \left[\frac{\beta}{r^w + \frac{\varphi}{P_A} b_G + \delta} \right]^{\frac{1}{1-\beta}} \quad (21)$$

donde \hat{k}^* es el capital por trabajo efectivo de estado estacionario (los niveles de estado estacionario se identifican con un *). Como se observa en la ecuación (21), el nivel de \hat{k}^* depende solamente de parámetros. Asimismo, en el estado estacionario se tiene que $w_A = w_M$ o también $P_A F^\alpha (1 - \alpha) n^{-\alpha} = P_M (1 - \beta) \hat{k}^\beta$. Despejando n de la ecuación anterior, se obtiene el nivel de n de estado estacionario:

$$n^* = \left[\frac{P_A F^\alpha (1 - \alpha)}{P_M \hat{k}^{\beta} (1 - \beta)} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \quad (22)$$

como \hat{k}^* es constante, el nivel de n^* es constante en el estado estacionario. Por tanto, se ha encontrado el estado estacionario de esta economía. A partir de \hat{k}^* y n^* , se determinan los niveles de estado estacionario de las demás variables del modelo.

Para obtener la tasa de crecimiento del producto en el sector de materias primas, $g_{Y_A}^*$, se aplican logaritmos y derivadas respecto al tiempo a la función de producción del sector (considerando que n^* y \hat{k}^* son constantes), ecuación (15). Se obtiene: $g_{Y_A}^* = \dot{Y}_A/Y_A = \dot{A}/A$. Del mismo modo, para obtener la tasa de crecimiento del capital físico, g_K^* , se aplican logaritmos y derivadas respecto al tiempo a $\hat{k}^* = K/A(1 - n^*)$ y se obtiene $\dot{K}/K = \dot{A}/A$. Entonces, la tasa de crecimiento del capital físico es $g_K^* = \dot{K}/K = \dot{A}/A$.

Considerando nuevamente que \hat{k}^* y n^* , son constantes, y aplicando logaritmos y derivadas respecto al tiempo a la función de producción del sector manufactura, $Y_M = A\hat{k}^{\beta}(1 - n^*)$, se consigue la tasa de crecimiento del producto en el sector manufactura $g_{Y_M}^* = \dot{Y}_M/Y_M = \dot{A}/A$, donde $g_{Y_M}^*$ es la tasa de crecimiento de Y_M . A continuación, se obtiene la tasa de crecimiento de Y_{PIB} , $g_{Y_{PIB}}^*$. Sustituyendo las funciones de producción, ecuaciones (15) y (18), de estado estacionario, en $Y_{PIB} = P_A Y_A + P_M Y_M$ y diferenciando, se obtiene $g_{Y_{PIB}}^* = \dot{A}/A$. Utilizando la definición del ingreso nacional, $Y_{IN} = P_A Y_A + P_M Y_M - (r^w + \eta b_G)B$, y procediendo del mismo modo, se obtiene la tasa de crecimiento de Y_{IN} , $g_{Y_{IN}}^* = \dot{Y}_{IN}/Y_{IN} = \dot{A}/A$, donde $g_{Y_{IN}}^*$ es la tasa de crecimiento del Y_{IN} . También, como $B_H = b_H P_M K$ y $B_G = b_G P_A Y_A$, la deuda externa privada y pública crecen a la tasa del progreso técnico. Por tanto, se ha demostrado, en el estado estacionario, que las tasas de crecimiento de Y_A , Y_M , K , B_H , B_G , Y_{PIB} y Y_{IN} crecen a la misma tasa e igual a $g_A^* = \theta \hat{k}^* + x$. Sustituyendo \hat{k}^* , ecuación (21), en $g_A^* = \theta \hat{k}^* + x$, se tiene:

$$g_A^* = \theta \left[\frac{\beta}{r^w + \frac{\phi}{P_A} b_G + \delta} \right]^{\frac{1}{1-\beta}} + x \quad (23)$$

observe que si P_A aumenta, g_A^* aumenta.

Sustituyendo $Y_A = AF^\alpha n^{1-\alpha}$, $Y_M = A\hat{k}^\beta(1 - n)$, $B_H = b_H P_M K$, $\dot{B}_H = b_H P_M \dot{K}$, $B_G = b_G P_A Y_A$, $\dot{B}_G = b_G P_A \dot{Y}_A$, T_A , dada por la ecuación (8), $T_M = Y_M P_M Y_M$ y $I = \dot{K} + \delta K$, en la ecuación ahorro igual inversión, ecuación (13) y dividiéndola por $K = \hat{k}A(1 - n)$, se obtiene:

$$\frac{\dot{K}}{K} = g_K = \frac{s}{(1 - b_H)} \left[(1 - \gamma_A) \frac{P_A}{P_M} \frac{F^{\alpha} n^{1-\alpha}}{\hat{k}(1-n)} + (1 - \gamma_M) \frac{1}{\hat{k}^{1-\beta}} - \left(r^w + \frac{\varphi}{P_A} b_G \right) \left(b_H + b_G \frac{P_A}{P_M} \frac{F^{\alpha} n^{1-\alpha}}{\hat{k}(1-n)} \right) + b_G \frac{P_A}{P_M} \frac{F^{\alpha} n^{1-\alpha}}{\hat{k}(1-n)} \frac{\dot{Y}_A}{Y_A} \right] - \frac{\delta}{(1 - b_H)}$$

Dado que $g_K^* = \dot{K}/K = \dot{A}/A$, la tasa de ahorro, s^* , puede ser determinada por medio de la ecuación anterior. El nivel de estado estacionario de la tasa de ahorro es:

$$s^* = \frac{[(1 - b_H)g_K^* + \delta]}{H^*} \tag{24}$$

donde

$$H^* = [(1 - \gamma_A)(P_A/P_M)(F^{\alpha} n^{*(1-\alpha)}/\hat{k}^*(1 - n^*)) + (1 - \gamma_M)(1/\hat{k}^{*(1-\beta)}) - \{r^w + (\varphi/P_A)b_G\}\{b_H + b_G(P_A/P_M)(F^{\alpha} n^{*(1-\alpha)}/\hat{k}^*(1 - n^*))\} + b_G(P_A/P_M)(F^{\alpha} n^{*(1-\alpha)}/\hat{k}^*(1 - n^*))g_{Y_A}^*]$$

y $g_{Y_A}^* = g_A^*$.

Una medida ampliamente utilizada para determinar el grado de solvencia de un gobierno (y de un país) es la proporción deuda externa pública a PIB total, $B_{G/PIB} = B_G/Y_{PIB}$. Dividiendo $B_G = b_G P_A Y_A$ por $Y_{PIB} = P_A Y_A + P_M Y_M$, se obtiene:

$$B_{G/PIB}^* = \frac{b_G}{\left(1 + \frac{P_M}{P_A} \frac{\hat{k}^{*\beta}(1 - n^*)}{F^{\alpha} n^{*(1-\alpha)}}\right)} \tag{25}$$

Observe que el nivel de $B_{G/PIB}^*$ depende solamente de parámetros y será constante.

Aumento en el precio del bien primario exportado y reacción gubernamental en el estado estacionario

Ahora, se estudian tres casos de cómo responde la economía, en el estado estacionario, a un aumento en P_A y de cómo el gobierno maneja la deuda externa pública a esta perturbación. Primero, si P_A aumenta, el gobierno no modifica la proporción deuda externa pública a producto del sector primario, b_G . Así, el gobierno no cambia su política de deuda externa pública (caso neutral). Segundo, cuando P_A se

incrementa, el gobierno disminuye la proporción b_G . De este modo, el gobierno tiende a disminuir su deuda externa pública (caso prudente). Tercero, si P_A asciende, el gobierno aumenta la proporción b_G . De esta forma, el gobierno desea incrementar su deuda externa pública (caso sobreendeudado).

Dado que el nivel de \hat{k}^* , ecuación (21), depende positivamente de P_A . Entonces, si P_A aumenta, el nivel de \hat{k}^* aumenta. Del mismo modo, n^* , ecuación (22), depende positivamente de P_A . Por tanto, si P_A se incrementa, el nivel de n^* aumenta. Como las tasas de crecimiento en el estado estacionario de K , Y_A , Y_M , Y_{PIB} y Y_{IN} son iguales a la tasa del progreso técnico, $g_A^* = \theta \hat{k}^* + x$, y como \hat{k}^* aumenta, se tiene que las tasas de crecimiento de las variables anteriormente mencionadas crecen a una tasa de crecimiento mayor. Es difícil determinar analíticamente el movimiento de la tasa de ahorro a cambios en P_A y b_G . Por tanto, recurrimos a simulaciones numéricas.

A continuación, se muestra una simulación, en el estado estacionario, para el CASO BASE. Los niveles numéricos de los parámetros son: $\alpha = 0.3$, $\beta = 0.4$, $F = 1$, $\theta = 0.0015$, $x = 0.01$, $P_A = 2$, $P_M = 1$, $r^w = 0.03$, $\varphi = 0.028$, $\delta = 0.03$, $b_G = 0.5$, $b_H = 0.1$, $\gamma_A = 0.18$ y $\gamma_M = 0.18$. El resultado es: $n^* = 0.3178$, $\hat{k}^* = 19.6476$, $s^* = 0.3475$, $g_{Y_A}^* = g_{Y_M}^* = g_K^* = g_A^* = 0.0395$ y $B_{G/PIB}^* = 0.1427$. La proporción $B_{G/PIB}^*$ es igual al 14.27% del PIB y la tasa de crecimiento anual es del 3.95% (como L es constante, $g_{Y_{PIB}}^*$ y PIB per cápita crecen a la misma tasa).

El CASO NEUTRAL es cuando P_A aumenta de 2 a 2.3 y el gobierno mantiene b_G inalterado. Por tanto, se mantiene la misma política pública sobre la deuda. Los demás parámetros permanecen al mismo nivel. El resultado es: $n^* = 0.4912$, $\hat{k}^* = 20.1$, $s^* = 0.2708$, $g_{Y_A}^* = g_{Y_M}^* = g_K^* = g_A^* = 0.0402$ y $B_{G/PIB}^* = 0.226$. La proporción $B_{G/PIB}^*$ pasa del 14.27 al 22.64% del PIB y la tasa de crecimiento del 3.95 al 4.02% anual. Por tanto, en el estado estacionario, resulta que hay una relación positiva entre deuda externa pública a PIB y la tasa de crecimiento.

El CASO PRUDENTE es cuando P_A pasa de 2 a 2.3 y el gobierno reacciona con una disminución en b_G de 0.5 a 0.3. Por tanto, la política pública sobre la deuda es más cautelosa. Los otros parámetros mantienen el mismo nivel. El resultado es: $n^* = 0.4519$, $\hat{k}^* = 21.3999$, $s^* = 0.3091$, $g_{Y_A}^* = g_{Y_M}^* = g_K^* = g_A^* = 0.0421$ y $B_{G/PIB}^* = 0.1242$. La proporción $B_{G/PIB}^*$ pasa del 14.27 al 12.42% del PIB y tasa de crecimiento anual del 3.95 al 4.21%. Por tanto, en el estado estacionario, resulta en una relación negativa entre deuda externa pública a PIB y la tasa de crecimiento.

El CASO SOBREENDEUDADO es cuando P_A pasa de 2 a 2.3 y el gobierno aumenta b_G de 0.5 a 0.7. Por tanto, la política pública sobre la deuda es descuidada. Los restantes parámetros permanecen al mismo valor. El resultado es: $n^* = 0.5323$, $\hat{k}^* = 18.9257$, $s^* = 0.2359$, $g_{Y_A}^* = g_{Y_M}^* = g_K^* = g_A^* = 0.0384$ y $B_{G/PIB}^* = 0.3457$. La proporción $B_{G/PIB}^*$ pasa del 14.27 al 34.5% del PIB y tasa de crecimiento

del 3.95 al 3.84% anual. Por tanto, en el estado estacionario, otra vez resulta en una relación negativa entre deuda externa pública a PIB y la tasa de crecimiento.

Así, en nuestra simulación se da tanto una relación positiva como negativa de largo plazo entre deuda externa pública a PIB y crecimiento económico. La relación correcta es una cuestión empírica.

Evidencia empírica

Esta sección tiene por objetivo presentar un análisis aplicado para contrastar si la información empírica da evidencia a favor o en contra del modelado económico teórico que se ha desarrollado en las secciones anteriores. El estudio se realiza para Perú, país pequeño y tradicionalmente exportador de materias primas, tal y como lo establece el marco teórico, y se usa información empírica anual para el periodo 1980-2022.

La metodología mediante la cual se plantea un modelo econométrico consiste en estudiar si existe una relación de equilibrio de largo plazo o simplemente, una relación de cointegración, entre el crecimiento económico per-cápita y la proporción que tiene la deuda externa pública con el PIB, para lo cual se requiere que esas variables sean estacionarias en covarianza, integradas del mismo orden y cointegradas. De esta manera, si las series de datos de Perú de esas variables satisfacen las propiedades mencionadas, se estará en condiciones de plantear un modelo de corrección de error en donde se espera que en la relación de largo plazo de la proporción deuda externa a PIB tenga un impacto negativo en el crecimiento per-cápita de ese país.

Información empírica

En el análisis empírico se utiliza información anual del Banco Mundial para el periodo 1980-2022 con base 2010. Se inicia con las variables en logaritmos (log-niveles): $\ln(\text{PIBP}_t)$ y $\ln(\text{PDEX}_t)$, donde PIBP_t es el PIB_t per-cápita y PDEX_t es la proporción de la deuda externa pública, DPEX_t , respecto al PIB_t , de manera respectiva, y son calculadas como

$$\text{PIBP}_t = \frac{\text{PIB}_t}{\text{Pobl}_t}, \quad \text{PDEX}_t = \frac{\text{DPEX}_t}{\text{PIB}_t},$$

donde Pobl_t es la población, y le sigue el análisis de las tasas de crecimiento de cada variable que se denotan como $D\ln(\text{PIBP}_t)$ y $D\ln(\text{PDEX}_t)$, $t = 1980, \dots, 2022$.

Estacionariedad y orden de integración de las variables

El estudio de la estacionariedad se hará mediante un análisis gráfico y en seguida, de manera más formal, se llevarán a cabo las pruebas tradicionales de raíces unitarias: la Aumentada de Dickey y Fuller (ADF) (Dickey y Fuller, 1979), la de Phillips y Perron (PP) (Phillips y Perron (1988) y la de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (KPSS) (Kwiatkowski, Philipps, Schmidt y Shin, 1992).

En la figura 1 se muestra el comportamiento de las variables en log- niveles y en la figura 2 el de su correspondiente crecimiento. Se mira que las variables en log-niveles no son estacionarias debido a que ambas presentan tendencia; sin embargo, sus correspondientes tasas de crecimiento $D\ln(\text{PIBP})$ y $D\ln(\text{PDEx})$, sí lo son. De manera que, de acuerdo con este análisis, se puede decir que $\ln(\text{PIBP})$ y $\ln(\text{PDEx})$ son integradas de primer orden.

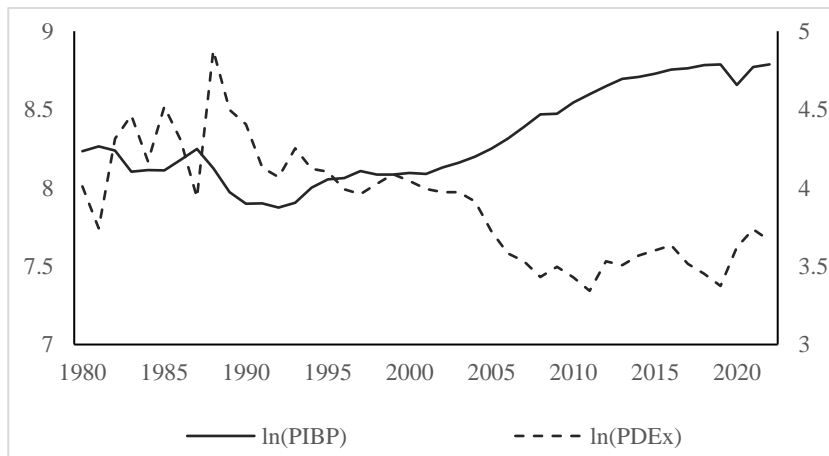


Figura 1. Dinámica de las variables en log-niveles.

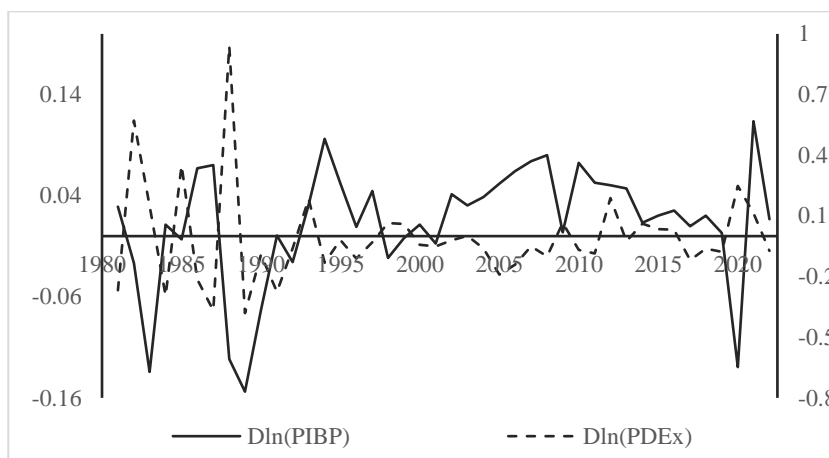


Figura 2. Dinámica de las tasas de crecimiento.

Las pruebas estadísticas de raíces unitarias permiten averiguar de manera formal, si las series en log-niveles o en primeras diferencias son estacionarias o no. La tabla 1 muestra los resultados de las pruebas ADF, PP y KPSS, que se hicieron incorporando en sus correspondientes regresiones, el intercepto y el intercepto y tendencia lineal. Se observa que las pruebas ADF y PP no rechazan la hipótesis nula de no estacionariedad de las variables en log-niveles: $\ln(\text{PIBP})$ y $\ln(\text{PDEx})$ mientras que la KPSS rechaza la hipótesis nula de estacionariedad para esas mismas variables. Por su parte, las tasas de crecimiento del PIBP y de PDEx sí son estacionarias, por lo que se puede concluir que las variables en log-niveles son integradas de orden uno, es decir, $\ln(\text{PIBP}) \sim I(1)$ y $\ln(\text{PDEx}) \sim I(1)$, y por ello susceptibles de ser cointegradas.

Tabla 1
Pruebas de raíces unitarias

	$\ln(\text{PIBP})$	$\ln(\text{PDEx})$	$D\ln(\text{PIBP})$	$D\ln(\text{PDEx})$
ADF				
- Intercepto	0.3402 (-2.9331) [0.9777]	-1.9805 (-2.9369) [0.2939]	-4.6280 (-2.9350) [0.0006]	-9.6257 (-2.9389) [0.0000]
- Intercepto y tendencia	-2.0383 (-3.5207) [0.5639]	-4.0209 (-3.5266) [0.0158]	-4.9502 (-3.5236) [0.0013]	-9.5682 (-3.5297) [0.0000]
PP				
- Intercepto	0.0532 (-2.9331) [0.9581]	-1.6893 (-2.9369) [0.4288]	-4.6280 (-2.9350) [0.0006]	-11.8946 (-2.9389) [0.0000]

- Intercepto y tendencia	-2.0383 (-3.5207) [0.5639]	-4.1098 (-3.5266) [0.0127]	-4.9622 (-3.5236) [0.0013]	-12.7078 (-3.5297) [0.0000]
KPSS				
- Intercepto	0.6340 (0.4630)	0.6951 (0.4630)	0.3572 (0.4630)	0.0881 (0.4630)
- Intercepto y tendencia	0.1838 (0.1460)	0.1251 (0.1460)	0.1393 (0.1460)	0.0738 (0.1460)

Los números en paréntesis son los valores críticos al 5% de significancia y los que están en corchetes son los p-value.

Fuente: Elaboración propia.

Pruebas de cointegración de Johansen

De los resultados de las pruebas de raíces unitarias se concluyó que las variables en log-niveles son integradas del mismo orden, por ello se procede a realizar las pruebas de cointegración de Johansen (Johansen, 1991), para hacerlas es necesario establecer un número óptimo de rezagos que se seleccionan de acuerdo con los criterios de información de Akaike (CIA), Schwarz (CIS) y Hannan-Quinn (CIHQ). En la tabla 2 se puede mirar que con base en el CIA el número de rezagos óptimo es dos y en los CIS y CIHQ, ese número en ambos criterios es uno. Cabe mencionar que, como son dos variables, solo existe la posibilidad de una relación de cointegración, independientemente del número de rezagos.

Tabla 2
Criterios de información

Rezagos	CIA	CIS	CIHQ
0	-3.3316	-3.1575	-3.2703
1	-3.7706	-3.4223	-3.6478
2	-3.7904	-3.2679	-3.6061
3	-3.5911	-2.8944	-3.3455

Fuente: Elaboración propia.

Usando uno y dos rezagos se realizan las pruebas de la traza y de máximo valor propio debidas a Johansen (Johansen, 1991), ambas pruebas son secuenciales y se efectúan considerando que el número de relaciones de cointegración es r , iniciando bajo la hipótesis nula con $r = 0$ y finalizando con $r = n - 1$, donde n es el número de variables en el modelo, en el análisis que aquí se hace $n = 2$. Los resultados presentados en la tabla 3 establecen que $\ln(\text{PIBP})$ y $\ln(\text{PDEx})$ están cointegradas, por lo que hay una relación de largo plazo entre ellas, es decir, una combinación lineal de esas variables que es estacionaria.

Tabla 3
 Pruebas de Johansen con uno y dos rezagos

H_0	H_1	λ_{Traza}		H_0	H_1	λ_{Max}	
		1 rezago	2 rezagos			1 rezago	2 rezagos
$r = 0$	$r = 2$	51.2503 (25.8721) [0.0000]	31.4160 (25.8721) [0.0092]	$r = 0$	$r = 1$	39.1385 (19.3870) [0.0000]	20.6030 (19.3870) [0.0332]
$r \leq 1$	$r = 2$	12.1118 (12.5180) [0.0584]	10.8131 (12.5180) [0.0984]	$r \leq 1$	$r = 2$	12.1184 (12.5180) [0.0548]	10.8131 (12.5180) [0.0948]

λ_{Traza} es el estadístico de la prueba de la traza y λ_{Max} es el de la prueba del máximo valor propio. Los números entre paréntesis son los valores críticos al 5% de significancia, los que están en corchetes son los p -values.

Fuente: Elaboración propia.

Modelo de corrección de error

De acuerdo con los resultados de las secciones anteriores, es posible plantear un modelo de corrección de error, modelo que incorpora relaciones de corto y largo plazo, esta última se garantiza porque las variables $\ln(\text{PIBP})$ y $\ln(\text{PDEx})$ son integradas de orden uno y cointegradas, de manera que se tiene una combinación lineal estacionaria de variables no estacionarias. El modelo poblacional de corrección de error es como sigue

$$\begin{aligned} \text{Dln}(\text{PIBP})_t = & \beta_1 + \sum_{j=1}^p \beta_{2j} \text{Dln}(\text{PIBP})_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{3j} \text{Dln}(\text{PDEx})_{t-j} \\ & + \alpha [\ln(\text{PIBP})_{t-1} - \alpha_1 - \alpha_2 \tau - \ln(\text{PDEx})_{t-1}] + e_t \end{aligned}$$

en donde β_1 es el intercepto, las β_{kj} 's, $k = 2, 3$, y $j = 1, \dots, p$, son los parámetros de corto, p es el número óptimo de rezagos, α es la velocidad del ajuste, las α_k 's son los parámetros de largo plazo, τ es una tendencia lineal, e_t es un ruido blanco gaussiano, es decir, un error estocástico que se distribuye normal con media cero, homoscedástico y no autocorrelacionado, y por último, el término entre corchetes es el de corrección del error y debe su nombre a que corrige los desequilibrios de corto plazo que existen entre las variables.

Se estimaron los modelos con uno y dos rezagos; sin embargo, se eligió el modelo con solo un rezago, porque de acuerdo con los criterios de información es mejor que el de dos (tabla 4), y también económica y económicamente conduce a mejores resultados. La relación de corto plazo se estimó incorporando una variable dummy que diera cuenta del periodo de la pandemia COVID-19, por ello es que el modelo estimado, cuyos resultados se muestran en la tabla 5, incorpora el parámetro $\hat{\beta}_4$, coeficiente de la variable dummy. Los estimadores de los coeficientes son estadísticamente significativos, al igual

que la velocidad del ajuste, lo cual significa que el corto plazo es muy importante en la determinación del crecimiento económico de Perú.

Tabla 4
 Selección del modelo

Rezagos	CIA	CIS	CIHQ
1	-3.2485	-3.0352	-3.1719
2	-3.2305	-2.9288	-3.1231

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5
 Estimadores de largo plazo

$\hat{\beta}_1$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
0.0081	-0.0687	0.3257	-0.0832	0.0604
(0.3886)	(0.0411)	(0.0934)	(0.0808)	(0.0288)

Los números entre paréntesis son los errores estándar.

Fuente: Elaboración propia.

Es importante señalar que la desviación del equilibrio del largo plazo es corregida en el periodo actual a una velocidad del 6.8%, es decir, la desviación del crecimiento económico per-cápita en el Perú respecto al nivel de equilibrio de largo plazo se corrige anualmente en esa proporción. Por su parte, la relación de cointegración estimada es

$$\ln(\widehat{\text{PIBP}})_{t-1} = 13.7410 - 1.3962\ln(\text{PDEx})_{t-1},$$

(0.2418)

donde el número entre paréntesis es el error estándar, el estimador que acompaña a $\ln(\text{PDEx})$ es una elasticidad, su signo es apropiado y su parámetro estimado es significativo, de esta forma, por cada punto porcentual que aumente la proporción deuda respecto al PIB per-cápita, este disminuirá en 1.39%.

Finalmente, la prueba de causalidad en el sentido de Granger (Granger, 1969), da evidencia a favor de que $\text{Dln}(\text{PDEx})$ causa a $\text{Dln}(\text{PIBP})$ al 10% de nivel de significancia (con una probabilidad de 0.0719) y no al revés; por su parte, la evaluación econométrica, consistente en averiguar mediante pruebas estadísticas de diagnóstico si la información empírica que se ha utilizado en la estimación proporciona evidencia a favor de los supuestos del modelo, conduce a que los residuos son normales, homoscedásticos y no autocorrelacionados y además, el modelo está especificado correctamente (tabla 6).

Tabla 6
 Pruebas de diagnóstico

	H ₀	Estadístico	p-value
Normalidad			
- Jarque y Bera		2.6922	0.2603
Homoscedasticidad			
- Breusch, Pagan y Godfrey		3.0425	0.0302
No Autocorrelación			
- Breusch y Godfrey		2.1263	0.1358
Especificación correcta			
- RESET		0.5737	0.5701

Fuente: Elaboración propia.

El análisis de series de tiempo condujo a la especificación de un modelo de corrección de error en el que las variables de los primeros rezagos en la relación de corto plazo y las incluidas en la de largo, son estadísticamente significativas. En la relación de cointegración entre $\ln(\text{PIBP})$ y $\ln(\text{PDEx})$ se tiene que hay un impacto negativo de esta última variable en la primera, de manera que por cada 1% que aumente PDEx, el PIBP disminuirá en alrededor del 1.39%, lo cual proporciona evidencia del caso prudente y por ende, la sugerencia de que el gobierno implemente una política pública cautelosa (véase marco teórico y simulación); por su parte, en la relación de corto plazo, el rezago del crecimiento de la proporción de la deuda respecto al PIB, incluido en su especificación, tienen una relación negativa con el correspondiente al crecimiento per-cápita de Perú. Finalmente, es importante indicar que el desequilibrio existente es corregido en el año a una velocidad del 6.8%.

Conclusiones

Se ha desarrollado un modelo de crecimiento económico con dos sectores, un sector primario-exportador y un sector manufacturero-importador. Esta economía reflejaría a muchas economías Latinoamericanas. El modelo presentado tiene una característica clave, un progreso técnico con un componente exógeno y otro endógeno. El componente endógeno depende del capital acumulado en el sector manufacturero.

Se ha mostrado, en el estado estacionario, que cuando el precio del bien primario exportado aumenta y el gobierno mantiene la proporción deuda externa pública a producto del sector primario constante, se tiene una relación positiva entre deuda externa pública a PIB y la tasa de crecimiento de la economía. Del mismo modo, cuando se incrementa el precio del bien de exportación y el gobierno responde con una disminución de la proporción deuda externa pública a producto del sector primario, se da una relación negativa entre la deuda externa pública a PIB y el crecimiento. Finalmente, cuando el precio del bien exportado aumenta y el gobierno reacciona con un aumento en la proporción deuda externa

pública a producto del sector primario, se produce una relación negativa entre las dos variables. Así, la relación de largo plazo entre deuda externa pública y crecimiento económico puede ser positiva o negativa.

A través del análisis de series de tiempo, se ha demostrado que la proporción deuda externa pública a PIB y el PIB per-cápita están cointegradas. Además, se especificó un modelo de corrección de error, en el cual se expone que tanto las relaciones de corto plazo como las de largo plazo son estadísticamente significativas. En ambos casos, se encuentra un impacto negativo de la proporción de deuda externa pública a PIB sobre el crecimiento del PIB per cápita para Perú. Así, por cada 1% que aumente la proporción deuda externa pública a PIB, el crecimiento del PIB per-cápita disminuye un 1.39% (apoya el caso prudente). La causalidad va de la proporción a PIB per cápita.

El mercado mundial de materias primas es volátil. Entonces, las economías exportadoras de materias primas tienen ingresos volátiles provenientes del resto del mundo. Así, como señalan Cavalcanti, Mohaddes y Raissi (2015), los efectos negativos sobre el crecimiento económico de la volatilidad de los términos de intercambio de las materias primas compensan el impacto positivo de los auges en estos bienes. Para mitigar los ingresos volátiles, las economías exportadoras de materias primas han establecido fondos de estabilización para aminorar el impacto de la volatilidad de los precios de los bienes primarios de exportación. Perú tiene el Fondo de Estabilización Fiscal (FEF). Así, en principio, teniendo ingresos más estables en el tiempo.

Por medio de un fondo de estabilización, se podría mantener la proporción deuda externa pública a PIB a niveles sostenibles. Es decir, aprovechar las épocas de bonanza de las materias primas para acumular activos extranjeros o reducir la deuda externa, creando un círculo virtuoso (véase Gruss, 2014). Por tanto, la maldición de los recursos naturales no es una fatalidad, todo dependerá del buen manejo de los ingresos provenientes de la exportación de materias primas.

Agradecimientos

Este trabajo se realizó con apoyo financiero del Conahcyt, con el proyecto A1-S-25426, “Perturbaciones en los términos de intercambio, la política comercial y la política fiscal y su impacto en la economía mexicana: el corto y largo plazo”.

Referencias

Arrow, K. J. (1962). The economic implication of learning by doing, *Review of Economic Studies*, 29(3), 155-173. <https://doi.org/10.2307/2295952>

- Barro, R. J., Mankiw, N. G & Sala-i-Martin, X. (1995). Capital mobility in neoclassical models of growth, *American Economic Review*, 85(1), 103-115. <https://www.jstor.org/stable/2117998>
- Calderón, C. & Fuentes, J. R. (2013). Government debt and economic growth, *Inter-American Development Bank*, working paper series 424. <http://dx.doi.org/10.18235/0011505>
- Casares, E. R. (2015). A relationship between external public debt and economic growth. *Estudios Económicos*, 30(2), 219-243.
- Casares, E. R., García-Salazar, M. G., Porras-Chaparro, I. & Ruiz-Galindo, L. A. (2022). Términos de intercambio, progreso técnico y crecimiento económico. *EconoQuantum*, 19(1), 1-19. <https://doi.org/10.18381/eq.v19i1.7228>
- Cavalcanti, T. V. De V., Mohaddes, K. & Raissi, M. (2015). Commodity price volatility and the sources of growth, *Journal of Applied Econometrics*, 30(6), 857-873. <https://www.jstor.org/stable/26609064>
- Checherita-Westphal, C. & Rother, P. (2012). The impact of high government debt on economic growth and its channels: an empirical investigation for the Euro Area, *European Economic Review*, 56(7), 1392–1405. <https://doi.org/10.1016/j.eurocorev.2012.06.007>
- Checherita-Westphal, C., Hallett, A. H. & Rother, P. (2014). Fiscal sustainability using growth-maximizing debt targets, *Applied Economics*, 46, 638-647. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00036846.2013.861590>
- De Gregorio, J. (2014). From macroeconomic policy to long-term growth. En *How Latin America Weathered the Global Financial Crisis*, Peterson Institute for International Economics.
- Dickey, D. & Fuller, W. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with unit root, *Journal of American Statistical Association*, 74(366), 427-431. <https://doi.org/10.2307/2286348>
- Gil-León, J. M., Rosso-Murillo, J. W. & Ramírez-Hernández, E. A. (2019). Public debt and stability. En *Economic Growth: Evidence for Latin America*, *International Journal of Economics and Financial Issues*, 9(4), 137-147. <https://www.econjournals.com/index.php/ijefi/article/view/8167>
- Granger, C. W. J. (1969): Investigating causal relations by econometric models and cross spectral methods, *Econometrica*, 37(3), 424-438. <https://doi.org/10.2307/1912791>
- Greiner, A. (2012). Public debt in a basic endogenous growth model, *Economic Modelling*, 29, 1344–1348.
- Gruss, B. (2014). After the boom-commodity prices and economic growth in Latin America and the Caribbean, *IMF working Papers*, WP/14/154.

- Heimberger, P. (2023). Do higher public debt levels reduce economic growth? *Journal of Economic Surveys*, 37(4), 1061-1089. <https://doi.org/10.1111/joes.12536>
- Jacobo, A. D. & Jalile, I. R. (2023). Public debt and economic growth nexus in Latin America: A retrospective appraisal, *Paradigma económico*, 15(2), 125-141. <https://doi.org/10.36677/paradigmaeconomico.v15i2.19566>
- Johansen, S. (1991). Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in Gaussian vector autoregressive models, *Econometrica*, 59(6), 1551-1580. <https://doi.org/10.2307/2938278>
- Kwiatkowski, D., Phillips, P. C. B., Schmidt, P. & Shin, Y. (1992). Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root, *Journal of Econometrics*, 54(1-3) 159-178. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(92\)90104-Y](https://doi.org/10.1016/0304-4076(92)90104-Y)
- Min, H. G., Lee, D. H., Nam, C., Park, M. C. & Nam, S. H. (2003). Determinants of emerging-market bond spreads: Cross-country evidence. *Global Finance Journal*, 14(3), 271-286. <https://doi.org/10.1016/j.gfj.2003.10.001>
- Nyambu, U. & Semmler, W. (2017). Emerging markets' resource booms and busts, borrowing risk and regime change. *Structural Change and Economic Dynamics*, 41, 29-42. <https://doi.org/10.1016/j.strueco.2017.02.001>
- Pattillo, C., Poirson, H. & Ricci, L. (2011). External debt and growth, *Review of Economics and Institutions*, 2(3), 1-30.
- Phillips, P. C. B. & Perron, P. (1988). Testing for a unit root in time series, *Biometrika*, 75(2), 335-346. <https://doi.org/10.2307/2336182>
- Qureshi, I. & Liaqat, Z. (2020). The long-term consequences of external debt: Revisiting the evidence and inspecting the mechanism using panel VARs, *Journal of Macroeconomics*, 63. <https://doi.org/10.1016/j.jmacro.2019.103184>
- Reinhart, C. M. & Rogoff, K. S. (2010). Growth in a time of debt, *American Economic Review*, 100(2), 573-578. <https://doi.org/10.1257/aer.100.2.573>
- Roldos, J. E. (1991). Tariffs, investment and the current account, *International Economic Review*, 32(1), 175-194. <https://doi.org/10.2307/2526939>
- Saint-Paul, G. (1992). Fiscal policy in an endogenous growth model, *The Quarterly Journal of Economics*. 107(4), 1243-1259.
- Schclarek, A. (2023). External debt and economic growth in Latin America and the Caribbean. En Toledo, F., & Rochon, L. (Eds.), *Monetary Policy Challenges in Latin America*, Capitulo 14, Cheltenham, UK: Edward Elgar Publishing.

- Stuermer, M. & Schwerhoff, G. (2015). Non-renewable resources, extraction technology, and endogenous growth, FRB of Dallas Working Paper No.1506. Revisado 2019.
<http://dx.doi.org/10.24149/wp1506r1>
- Turnovsky, S. (2000). *Methods of Macroeconomic Dynamics*. (2nd. Ed.). MIT Press, Cambridge.
- Villanueva, D. P. & Mariano R. S. (2007). External debt, adjustment, and growth. En T. Ito y A. K. Rose (Eds.), *Fiscal Policy and Management in East Asia*, Capitulo 6, pp. 199-221, NBER-EASE, Volume 16, University of Chicago Press
<https://www.nber.org/system/files/chapters/c0380/c0380.pdf>
- Woo, J. & Kumar, M. S. (2015). Public debt and growth, *Economica*, 82(328), 705-739.
<https://doi.org/10.1111/ecca.12138>