



Jerarquización de las asignaciones presupuestales de PEMEX. Exploración y producción en términos de eficiencia técnica

Hierarchy of PEMEX. Exploration and production budget allocations in terms of technical efficiency

Ricardo Aceves García^{1*}, Zaida Estefanía Alarcón Bernal¹,
Mayra Elizondo Cortés¹, Germán López Bautista²

¹Universidad Nacional Autónoma de México, México

²Petróleos Mexicanos, México

Recibido el 5 de marzo de 2024; aceptado el 30 de junio de 2024

Disponible en Internet el: 1 de noviembre de 2025

Resumen

A través de la historia de México, Petróleos Mexicanos (PEMEX) ha sido parte de la conceptualización de su industria petrolera y un elemento fundamental para su desarrollo. Tradicionalmente, Pemex Exploración y Producción (PEP) desarrolla el análisis de su asignación presupuestaria para los yacimientos petroleros, utilizando indicadores económicos como: valor presente neto, valor presente de inversión, eficiencia de la inversión, punto de equilibrio y flujo de efectivo acumulado, los cuales examina y pondera de manera conjunta para generar información y tomar decisiones. Sin embargo, debido a la importancia económica y características de operación, PEMEX requiere que sus actividades críticas de asignación del presupuesto al portafolio de inversiones, se realice mediante metodologías que incrementen su capacidad rigurosa de análisis al considerar aspectos adicionales a los indicadores económicos los cuales podrían ocultar sobreinversiones, altos gasto de operación, y otras malas prácticas. En este trabajo se presenta una alternativa para generar información mediante un análisis de optimización matemática

* Autor para correspondencia

Correo electrónico: aceves@unam.mx (R. Aceves García).

La revisión por pares es responsabilidad de la Universidad Nacional Autónoma de México.

<http://dx.doi.org/10.22201/fca.24488410e.2026.5495>

0186- 1042/© 2019 Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Contaduría y Administración. Este es un artículo Open Access bajo la licencia CC BY-NC-SA (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>)

para determinar la eficiencia técnica de yacimientos petroleros usando la técnica de envolvente de datos, que permitirá a PEP desarrollar una mejor evaluación de su portafolio de inversiones para la asignación presupuestaria, a través de la evolución de la eficiencia técnica de sus yacimientos.

Código JEL: H54, Q35, H83, C14, C44, C67

Palabras clave: PEMEX; yacimientos petroleros; administración pública; DEA; evaluación de eficiencia

Abstract

Throughout the history of Mexico, Petróleos Mexicanos (PEMEX) has been part of the conceptualization of its oil industry and a fundamental element in its development. Traditionally, Pemex Exploration and Production (PEP) develops the analysis of its budget allocation for oil fields, using economic indicators such as net present value, the present value of the investment, investment efficiency, break-even point, and accumulated cash flow, which it examines and weighs jointly to generate information and make decisions. However, due to the economic importance and operating characteristics, PEMEX requires that its critical budget allocation activities to the investment portfolio be carried out using methodologies that increase its rigorous analysis capacity by considering additional aspects to the economic indicators which could hide overinvestments, high operating expenses, and other bad practices. This work presents an alternative to generating information through a mathematical optimization analysis concerning the technical efficiency of oilfields using the data envelopment technique, which will allow PEP to develop a better evaluation of its investment portfolio for budget allocation, through the evaluation of the technical efficiency of its oilfields.

JEL Code: H54, Q35, H83, C14, C44, C67

Keywords: PEMEX; oilfields; public administration; DEA; efficiency evaluation

Introducción

Petróleos Mexicanos (PEMEX) es la compañía nacional de petróleo en México que en su carácter de Empresa Productiva del Estado es propiedad exclusiva del Gobierno Federal. Cuenta con personalidad jurídica y patrimonio propios, así como con autonomía técnica, operativa y de gestión. Esta empresa juega un papel primordial en el fortalecimiento de la seguridad y soberanía energética de México.

El objeto de Petróleos Mexicanos es la creación de valor económico y el incremento de los ingresos de la nación, con sentido de equidad y responsabilidad social y ambiental. De hecho, es el contribuyente más grande al ingreso del Gobierno Federal (8.4% del PIB en 2022) según el Centro de Investigación Económica y presupuestaria, A.C. (CEIP) (2023).

Pemex desarrolla actividades a lo largo de toda la cadena de valor de hidrocarburos que comprenden la exploración y extracción del petróleo y de los hidrocarburos líquidos y gaseosos; el procesamiento de gas natural y la refinación de crudo y la síntesis de líquidos del gas y petroquímicos; su recolección y tratamiento, almacenamiento, transporte y comercialización.

Los ingresos se derivan de la venta de gasolinas y de la exportación de crudo, lo que representa más del 66.1%. Tan solo en 2022, PEMEX generó ingresos por un monto de 1,102,854 MM\$ (PEMEX, 2022), que representaron más de 8.4 puntos porcentuales del Producto Interno Bruto de México (Centro de Investigación Económica y Presupuestaria, A.C. (CIEP), 2023). Se considera como sus principales líneas de negocio: exploración, producción y comercialización de crudo y gas; refinación, procesamiento y comercialización de petrolíferos, gas natural, petroquímicos y azufre; servicios de tratamiento y logística primaria y de transporte, y almacenamiento de petrolíferos y petroquímicos; producción y comercialización de fertilizantes. Lo anterior a través de operar con cuatro empresas productivas subsidiarias: Pemex Exploración y Producción (PEP), Pemex Transformación Industrial (PTI), Pemex Logística (PL), y Pemex Fertilizantes (PF).

Pemex Exploración y Producción es la empresa que tiene por objetivo generar valor económico para México, mediante la explotación de 261 campos de producción o asignaciones petroleras, que administran 6,792 pozos en explotación y 300 plataformas marinas, que en conjunto generan una producción de 1,785 miles de barriles diarios (Mbd) de crudo y condensados, y 4,768 millones de pies cúbicos diarios (MMpcd) de gas natural (PEMEX, 2022): asignaciones que le fueron conferidas con la reforma energética en 2014. Dada la importancia estratégica que tienen las decisiones del portafolio de asignaciones de Pemex Exploración y Producción (PEP), estas deben estar sustentadas técnica y no sólo económicamente, para cumplir su objetivo. Por lo que se llevará a cabo un análisis de la eficiencia técnica de cada una de las asignaciones petroleras mediante el uso del modelo de Análisis Envoltante de Datos (DEA, Data Envelopment Analysis por sus siglas en inglés).

Situación actual del análisis de la cartera de asignaciones en PEMEX Exploración y Producción

Los constantes cambios en la industria petrolera de México han provocado que el área encargada de administrar el portafolio de inversiones, PEP, implemente herramientas de apoyo a la documentación y análisis de las asignaciones petroleras, dentro de un proceso de seguimiento y control.

Tradicionalmente, el análisis del portafolio en PEP se realiza a través de métodos que aplican la teoría clásica del portafolio (López Bautista, 2020), utilizando una evaluación económica con base en Valor Presente Neto Antes de Impuestos (VPN AI), Valor Presente Neto Después de Impuestos (VPN DI), Valor Presente de la Inversión (VPI), Eficiencia de la inversión (VPN/VPI), Punto de equilibrio (BE) y el flujo de efectivo acumulado, con los cuales se clasifican y ponderan las asignaciones petroleras para determinar un ordenamiento y con él llevar a cabo la asignación de presupuesto.

Este análisis se realiza con el fin de generar la curva de rendimiento marginal de capital, considerando que los rendimientos darán una cierta inversión en el futuro; rendimientos que dependerán de las ventas y costos esperados durante el tiempo de vida útil de la asignación o proyecto, es decir, de la rentabilidad económica esperada, la misma que es llamada Rendimiento Probable de la Inversión. Todo esto con base en los conceptos de Keynes (2014), quien establece que una curva de eficiencia marginal del capital consiste en ligar el volumen de inversiones y la eficiencia marginal o la rentabilidad de la inversión. Considerando que todas las empresas tendrán su curva de eficiencia marginal del capital, si se suman todas estas curvas se podría tener una curva del mercado, denominada Curva de demanda de las inversiones o Curva de eficiencia marginal del capital.

Si bien este análisis proporciona una jerarquización de las asignaciones petroleras dependiendo del resultado de los indicadores financieros y de la Curva de rendimiento marginal de capital, también genera, por un lado, asignaciones petroleras que por sus bajos niveles de producción o por el resultado del indicador, serán descartadas o limitadas para la asignación de recursos; y por otro lado, asignaciones que resultan en las primeras posiciones del ordenamiento, pero que pueden ocultar sobreinversiones, altos gasto de operación, malas prácticas, entre otros aspectos negativos (López Bautista, 2020).

En este trabajo se utilizó la información correspondiente a la cartera 2018 para un grupo de 368 de asignaciones de extracción, las cuales se localizan en diferentes zonas geográficas de México y son operadas a través de las Subdirecciones de Producción Bloques Aguas Someras 01, 02, Sur y Norte (SPBAS01, SPBAS02, SPBSur, SPBNorte).

El desarrollo del estudio, a solicitud de la Dependencia, se realizó para 30 asignaciones o campos productores, como ejemplo de las 368 asignaciones del total que se tienen. Los elementos de esta selección comparten características homogéneas, lo que permite que sean comparables entre sí. Por confidencialidad de la información, a las asignaciones petroleras seleccionadas se les denominará Unidades de Decisión (DMU, por su nombre en inglés Decision Making Units).

Análisis de PEMEX exploración y producción para jerarquizar las asignaciones

El análisis que realiza PEP para la jerarquización las asignaciones, utiliza en forma simultánea un conjunto de indicadores financieros, que le proporcionan información y orientación para las decisiones presupuestarias. En este análisis y jerarquización, PEP utiliza fundamentalmente los indicadores financieros: Valor Presente Neto antes y después de impuestos, Eficiencia de la inversión, Punto de equilibrio antes de impuestos y Flujo de Efectivo Acumulado.

La estrategia que usan en PEP para jerarquizar las asignaciones petroleras es la siguiente. Primero calculan cada uno de los indicadores financieros para las diferentes asignaciones; segundo, con

cada indicador calculado, se realiza una clasificación de las asignaciones; Tercero, para cada asignación se suman los valores obtenidos de cada clasificación anterior; y cuarto, se pondera la suma da cada asignación y se clasifican nuevamente las asignaciones con base en la suma ponderada (menor a mayor), con lo cual se obtiene la jerarquización del portafolio de inversiones en PEP, para realizar la asignación presupuestaria anual.

A continuación, se presenta la Tabla 1 con la posición de las DMU (asignación petrolera) con respecto a cada indicador y la jerarquización final obtenida.

Tabla 1
 Jerarquización de las DMU de acuerdo con el análisis de PEP.

DMU	VPN AI	VPN DI	VPN DI/VPI	BE AI	BE DI	FE-ACUM	Suma	Suma ponderada	Posición
1-DMU	1	1	5	6	6	1	20	0.0072	1
2-DMU	2	3	7	4	7	2	25	0.0090	2
3-DMU	3	30	25	23	27	3	111	0.0398	21
4-DMU	4	4	8	7	9	5	37	0.0133	4
5-DMU	5	20	18	19	25	7	94	0.0337	15
6-DMU	6	6	2	8	15	9	46	0.0165	5
7-DMU	7	8	6	9	21	14	65	0.0233	6
8-DMU	8	14	17	14	23	13	89	0.0319	14
9-DMU	9	5	26	24	12	4	80	0.0287	10
10-DMU	10	2	3	2	2	6	25	0.0090	3
11-DMU	11	11	10	5	11	17	65	0.0233	6
12-DMU	12	7	19	22	8	8	76	0.0272	9
13-DMU	13	10	29	29	16	10	107	0.0384	20
14-DMU	14	19	13	10	13	15	84	0.0301	11
15-DMU	15	15	9	11	19	16	85	0.0305	12
16-DMU	16	16	11	12	20	19	94	0.0337	15
17-DMU	17	9	24	26	14	11	101	0.0362	18
18-DMU	18	24	12	15	4	21	94	0.0337	15
19-DMU	19	22	15	18	28	22	124	0.0444	24
20-DMU	20	17	28	25	10	20	120	0.0430	22
21-DMU	21	18	1	3	3	24	70	0.0251	8
22-DMU	22	12	30	30	30	12	136	0.0487	26
23-DMU	23	13	22	21	5	18	102	0.0366	19
24-DMU	24	28	16	27	29	25	149	0.0534	29
25-DMU	25	23	21	13	17	23	122	0.0437	23
26-DMU	26	27	23	20	26	26	148	0.0530	28
27-DMU	27	26	20	16	24	27	140	0.0502	27
28-DMU	28	29	27	28	22	28	162	0.0581	30
29-DMU	29	21	4	1	1	29	85	0.0305	12
30-DMU	30	25	14	17	18	30	134	0.0480	25

VPN AI = Valor Presente Neto antes de impuestos; VPN DI = Valor Presente Neto después de impuestos; VPN DI/VPI = Eficiencia de la inversión; BE AI = Punto de equilibrio antes de impuestos; BE DI = Punto de equilibrio después de impuestos; FE ACUM = Flujo de efectivo acumulado.

Fuente: Elaboración basada en datos de PEMEX (2018) reportados en López Bautista (2020).

Pemex Exploración y Producción, como una empresa productiva subsidiaria del estado mexicano, cuya cadena de valor es la exploración, producción y refinación a través de las asignaciones

conferidas por el estado, tiene el reto fundamental de contar con un portafolio de inversiones que garantice la rentabilidad de la empresa. Por esta razón, analizar y evaluar cada asignación petrolera en función de indicadores financieros, como tradicionalmente se hace, proporciona información de rentabilidad que poco tiene que ver con la eficiencia técnica con la que operan las asignaciones o campos de producción analizados.

De tal forma, PEP como empresa especializada y crítica para el desarrollo económico del país, necesita implementar metodologías que permitan desarrollar habilidades, usar herramientas y aplicar prácticas que le permitan fortalecer el análisis midiendo la eficiencia técnica de cada uno de sus proyectos y así asegurar un mejor rendimiento en sus operaciones. Sin embargo, cuando de medir la eficiencia técnica se trata, el tema no resulta nada sencillo porque cada proyecto desarrollado tiene características propias y particulares, que dificultan hacerlos comparables para determinar la medición de su eficiencia.

Revisión de literatura

En cuanto a la evaluación de la eficiencia técnica usando la Envoltente de Datos DEA, en la industria petrolera, Bezerra et al. (2017) realiza una revisión del 1990 a 2015. Concluye que en 25 años sólo se publicaron 43 artículos con la aplicación del DEA a la industria petrolera, y que las principales áreas de estudio fueron la eficiencia de las refinerías, eficiencia ambiental y eficiencia en las prácticas de gestión ambiental.

En años recientes, se continúa con la práctica de aplicar DEA y se observa que se utiliza ampliamente para medir la eficiencia relativa de las refinerías y empresas petroleras.

El trabajo desarrollado por Alidrisi (2019) evalúa diez empresas petroquímicas del Reino de Arabia Saudita utilizando los modelos DEA de Banker (1984)/Charnes et al. (1978) para calcular las eficiencias técnicas y súper eficiencias para clasificarlas de acuerdo con sus rendimientos relativos. Esta evaluación se basa únicamente en los datos financieros de las empresas y debido al acceso a los datos y las limitaciones técnicas de este estudio, se estableció con éxito un marco basado en el enfoque híbrido DEA-MDS (multidimensional scaling) para evaluar la eficiencia de las industrias petroquímicas. Las gráficas de eficiencia obtenidas con DEA se compararon con la gráfica de dispersión de distancia euclidiana obtenida del MDS. Se encontró que el posicionamiento bidimensional de las empresas era congruente en ambas gráficas, validando así los resultados de DEA.

El propósito del trabajo realizado por Vikas (2019) fue encontrar los niveles de eficiencia técnica, eficiencia técnica pura y eficiencia de escala de 22 empresas del sector del petróleo y de gas en la India que cotizan en la Bolsa Nacional de Valores y que disponían de datos para el período 2013-2017. El propósito fue proporcionar objetivos de referencia a las empresas ineficientes con el fin de alcanzar su

nivel de eficiencia. Sus resultados revelaron que el 59% de todas las empresas eran eficientes tanto técnicamente como en escala, mientras que el 73% eran solamente técnicamente eficientes. Sin embargo, existían ocho empresas que representaban aproximadamente el 54% de la producción, las cuales mostraron ineficiencias de escala.

En Ohene-Asare et al. (2017) se evalúan los efectos de las operaciones multinacionales en el desempeño de las empresas petroleras. Esto se logra comparando las eficiencias productivas y de escala de las empresas petroleras estatales y privadas, así como de las multinacionales estatales y privadas. El estudio se realizó a un conjunto de datos anuales de 50 empresas de 2001 hasta 2010. Si bien este estudio ha proporcionado conocimientos muy útiles utilizando datos de la industria petrolera corriente arriba, se presentaría un panorama más completo si se consideran los segmentos de negocios corriente arriba y corriente abajo.

Por otro lado, el trabajo realizado por Barros y Antunes (2014) analiza el cambio de productividad de los bloques petroleros de Angola, utilizando dos modelos alternativos del DEA que incluyen el indicador de Luenberger y el índice de Malmquist.

En el estudio realizado por Dalei y Joshi (2020) se examinó, mediante DEA bajo un modelo VRS orientado a entradas, la eficiencia técnica de 12 refinerías de petróleo en la India entre 2011 y 2016. Con base en la evaluación utilizan un modelo de Regresión Tobit para identificar cuatro variables explicativas significativas que justifican las variaciones en la eficiencia técnica. El resultado permitió definir objetivos de mejora para las refinerías que se consideraron ineficientes, para después generar recomendaciones puntuales tales como aumentar el tiempo de funcionamiento de la refinería y mejorar sus prácticas de mantenimiento, procedimientos operativos estándar y el comportamiento de los empleados. También fue posible hacer exhortos para la utilización de recursos renovables al generar electricidad, resaltando que el análisis de la eficiencia técnica de las refinerías de petróleo puede ser vital para el desarrollo estratégico de un país.

En su trabajo, Wang et al. (2022) utilizan los modelos de DEA: Charnes, Cooper y Rhodes (CCR) y Banker, Charnes y Cooper (BBC) para evaluar la eficiencia ecológica relativa y operativa de diez empresas petroquímicas de China. Se resalta la conveniencia de DEA como método sistemático para abordar los resultados inesperados que reflejan el impacto negativo del medio ambiente y para evitar la subjetividad de la determinación del peso de los criterios como en los métodos de proceso de jerarquía analítica (AHP) y evaluación difusa, en DEA, los pesos se calculan a partir del modelo interno. Con los resultados se analizaron diferencias de la eficiencia de escala y técnica. Estimaciones de la eficiencia operativa, ecológica y la identificación de factores influyentes de las empresas se realizaron mediante análisis de regresión para verificar y validar el modelo. Se identificaron las empresas que no alcanzaron los valores de efectividad y se proporcionaron sugerencias para los valores de mejora del objetivo de

eficiencia ecológica creando referentes para la industria química al desarrollar estrategias de desarrollo sostenible.

Por su parte, Sanchez-Robles et al. (2022) exploran la eficiencia en la industria del petróleo en 300 empresas europeas entre 2010 y 2019 usando DEA. Con base en ello analizan la relación de la eficiencia con variables económicas y financieras y realizan hallazgos importantes, evidenciando el valor de DEA como una herramienta que permite análisis consistentes más allá de la técnica misma. Por ejemplo, les es posible obtener conocimiento importante como el hecho de que las empresas con bajos niveles de eficiencia no son sostenibles en el largo plazo, lo cual tiene implicaciones en el diseño cuidadoso de decisiones estratégicas; además, observan que tal estrategia no será la misma para todas las empresas, logrando comprender que el uso de DEA, si bien da resultados relativos, podría ayudar a conocer mejor la eficiencia de organizaciones diferenciadas por sector.

Usualmente, el DEA se ha utilizado para medir la eficiencia productiva de los productores al convertir insumos en resultados deseables (productos, ventas, clientes atendidos). Un tratamiento paralelo considera tanto los resultados deseables como los indeseables. Estudios como el de Chen, y Wang (2024) y Hatami-Marbini, Arabmaldar y Asu (2022) presentan un enfoque útil y versátil de DEA al utilizarlo para evaluar el impacto de considerar estos resultados indeseables en la eficiencia productiva, este último estudio lo hace particularmente en la industria petrolera. En él se presenta un estudio empírico sobre la refinería de petróleo en situaciones de incertidumbre de datos considerando las emisiones de CO₂ como resultado no deseado, el objetivo es realizar un análisis de eficiencia y productividad ambiental en 25 países entre 2000-2018.

En el trabajo de Tavana, M et al. (2019), se propone un modelo DEA dinámico multiobjetivo para determinar los pesos de inputs y outputs para todo el horizonte de planeación; los puntajes de eficiencia correspondientes se calculan a través de múltiples períodos de planeación para incorporar al análisis la naturaleza dinámica de los inputs y outputs. Se define una solución de compromiso utilizando programación matemática difusa para abordar el problema multiobjetivo. El procedimiento resultante mejora el poder de discriminación de modelos DEA en entornos dinámicos y reduce el tiempo de cálculo y también la complejidad de su implementación. Para este estudio, cabe destacar que el modelo propuesto incorpora criterios tanto técnicos como ambientales que generalmente se omiten en la literatura cuando se evalúa refinerías de petróleo, hecho que generalmente se debe a la falta de acceso a los datos requeridos.

El estudio de Oliveira et al. (2023) utiliza DEA para presentar metas de mejora refinerías basadas en índices de eficiencia. Además, utiliza el modelo DEA window (DEA-WA) que es una variante de DEA para analizar la eficiencia de las refinerías en diferentes periodos. DEA-WA se integra con el índice de Malmquist y el análisis de conglomerados, para evaluar la eficiencia y los factores que explican

las diferencias entre refinerías en varios periodos. Las evaluaciones numéricas se hacen con datos recopilados de 12 refinerías de petróleo brasileñas entre 2012 y 2020.

Como se puede ver por la revisión de los trabajos realizados sobre el uso de DEA en la industria petrolera, son muy pocos y están enfocados fundamentalmente a medir la eficiencia de las refinerías, pero no para la asignación de recursos presupuestales.

El objetivo de en este trabajo de investigación es realizar una evaluación de la eficiencia técnica relativa de las diferentes asignaciones petroleras de PEP, utilizando la metodología DEA para jerarquizar las asignaciones, comparando los resultados obtenidos por DEA con el análisis financiero que tradicionalmente se realiza en PEMEX. Con base en lo anterior, se proponen políticas de mejoramiento para las asignaciones que resulten ineficientes en función de las buenas prácticas de las unidades eficientes, para generar un portafolio de inversiones más robusto para la toma de decisiones en la asignación presupuestaria.

Estrategia de análisis

El método DEA es una técnica de programación lineal desarrollada inicialmente por Charnes et al. (1978) para evaluar la eficiencia de las unidades de decisión, DMU, a partir de los niveles observados de entradas y salidas. Suele aplicarse para explorar la estructura de la eficiencia productiva e identificar los factores que pueden influir en ella. La técnica DEA determina una envolvente lineal por partes de la superficie, también conocida como frontera de eficiencia. Las DMU que determinan la frontera eficiente se denominan eficientes y pueden ser vistas como las unidades de "mejores prácticas" con respecto al resto de sus pares; por otro lado, las DMU que no se encuentran en dicha frontera se denominan ineficientes y el análisis proporciona también, medidas de su eficiencia relativa; en este punto es importante considerar que cada DMU es libre de elegir cualquier combinación de entradas y salidas con la finalidad de optimizar su eficiencia.

Varios autores que publican acerca del tema conceptualizan al modelo DEA como uno de análisis de actividades en función de la programación lineal, en referencia a Koopmans (1976); esto tiene sentido porque el análisis de actividades es un enfoque de modelado matemático.

De acuerdo con Bogetoft y Otto (2010), un modelo de análisis de actividades se inicia por describir las diferentes actividades que una organización realiza, es decir, las diferentes máquinas o procesos que se tienen para cumplir con un objetivo. Estos procesos en términos de programación lineal (PL) están representados por los vectores columna o variables que se definen cómo las entradas se transforman en salidas. Sin embargo, la pregunta que se hace en el análisis de actividades es ¿qué tan intensamente usar las diferentes actividades?

Lo que se trata de determinar con la intensidad en el uso de las actividades, es el conjunto de tecnología o de producción necesarias para cumplir con un objetivo, considerando que las restricciones en este caso reflejan los recursos disponibles y el reparto de los diferentes recursos entre las actividades. En este sentido, el tema de la intensidad de la actividad se convierte en los pesos a encontrar para cada actividad o variable, denominados coeficientes tecnológicos.

En consecuencia, el fundamento de la técnica DEA es la teoría de la producción y la idea de que toda empresa tiene una tecnología subyacente común T , que rara vez se conoce. DEA resuelve este problema estimando la tecnología T^* a partir de datos históricos o transversales observados sobre las actividades reales de producción.

Explícitamente, DEA es una técnica dirigida a analizar las fronteras eficientes en lugar de la tendencia central. Debido a esta perspectiva, la estrategia se muestra especialmente útil para descubrir relaciones que permanecerían ocultas a otras metodologías, como considerar alguna variable que sea determinada por la eficiencia, esto es, una variable dentro de una unidad de producción que es más eficiente que en otra.

Tecnologías DEA

Los modelos básicos DEA difieren principalmente por los supuestos que se hacen para la tecnología T . Las suposiciones más importantes son:

- Libre disponibilidad. Podemos producir menos con más; es decir, $(x, y) \in T, x' \geq x; y' \leq y \Rightarrow (x', y') \in T$
- Convexidad. Cualquier promedio ponderado de los planes de producción factibles también es factible: $(x, y) \in T, (x', y') \in T, \alpha \in [0, 1] \Rightarrow \alpha(x, y) + (1 - \alpha)(x', y') \in T$
- γ – retorno de escala. La producción puede ser escalada con alguno de un conjunto de factores dados: $(x, y) \in T, k \in T(\gamma) \Rightarrow k * (x, y) \in T$
- Aditividad, replicabilidad. La suma de dos planes de producción factibles también es factible, esto es: $(x, y) \in T, (x', y') \in T \Rightarrow (x + x', y + y') \in T$

El supuesto de libre disponibilidad estipula que podemos descartar libremente las entradas innecesarias y las salidas no deseadas. Salvo en algunos casos de producción conjunta, por ejemplo, cuando la contaminación se produce conjuntamente con los productos deseados, se trata de un supuesto seguro y débil. Con el término débil se indica que esta suposición es segura de cumplir la mayoría de las veces, pero también que contiene menos potencia en el sentido de ampliar el conjunto de posibilidades de producción. Las suposiciones fuertes establecen lo contrario.

El supuesto de convexidad establece que cualquier promedio ponderado (combinación convexa) de planes de producción factibles, es también factible. Esta consideración es analíticamente conveniente y en los modelos económicos se supone cierta convexidad. En pequeños conjuntos de datos, la convexidad tiene una gran fuerza.

El supuesto de retorno a escala sugiere que es posible un cierto reescalamiento. La hipótesis más débil es que no hay posibilidad de reajuste y la más fuerte es que hay retornos constantes de escala. Al no reescalamiento también se le denomina retorno variable a escala, para considerar una terminología común. Entre tanto, podemos asumir que cualquier grado de reducción es posible pero no cualquier grado de aumento, esto significa que se puede considerar ventajoso ser pequeño, pero que grande puede ser desventajoso, es decir, que podemos tener retornos decrecientes a escala. La última y menos utilizada hipótesis, que en realidad es bastante natural y atractiva, es la de retornos crecientes (o no crecientes) a escala, la idea aquí es que ser grande, puede ser una ventaja, pero que posiblemente ser pequeño puede ser una desventaja.

Por último, la hipótesis de aditividad establece que, cuando tengamos planes de producción factibles su suma también será factible, que es un supuesto natural. Desafortunadamente, la aditividad es un supuesto difícil de trabajar y, por lo tanto, es el menos común de éstos.

De forma gráfica, los cuatro modelos básicos DEA con una sola entrada (input) y salida (output) se pueden representar como la Figura 1, donde se observan los casos CRS (constant returns to scale), VRS (variable return to scale), IRS (increasing returns to scale) y DRS (decreasing returns to scale).

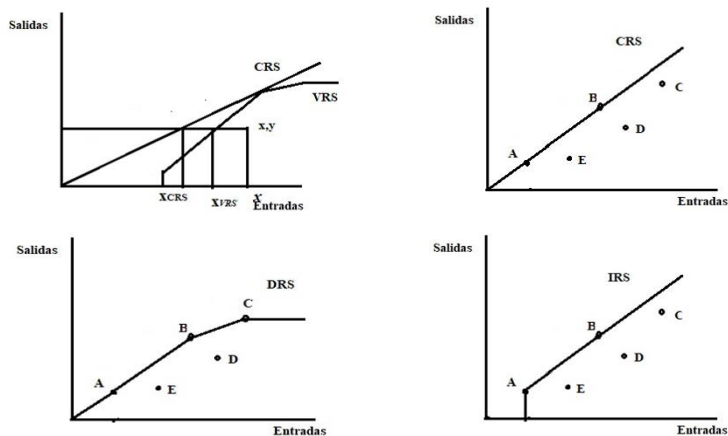


Figura 1. Tecnología de los modelos DEA básicos.
Fuente: Elaboración propia con base en Bogetoft y Otto (2010).

Estas relaciones sugieren diferencias sistemáticas entre los resultados de los ejercicios de benchmarking, en función de los supuestos que se hagan a priori. Lo ideal es que la elección de los supuestos sea cuidadosamente argumentada y probada, si esto es posible.

En consecuencia, el enfoque DEA implica buscar el conjunto más pequeño que incluya o envuelva las observaciones de entrada y salida para todas las unidades productivas (las DMU mencionadas antes). Esto también explica el nombre de Data Envelopment Analysis.

Unidades de referencia y pares

La metodología DEA identifica una unidad de referencia específica, que generalmente es el promedio ponderado de las unidades existentes, que puede variar de acuerdo con la unidad evaluada. Las unidades con pesos k positivos suelen denominarse unidades pares, es decir

$$\text{Unidades pares} = k \in \{1, \dots, K\} / \lambda^k > 0 \quad (1)$$

y, por lo tanto, es posible establecer que DEA identifica explícitamente unidades pares reales para cada unidad evaluada (Bogetoft & Otto, 2010).

Gráficamente, una unidad de referencia es la unidad situada en la frontera tecnológica sobre la que se proyecta la unidad evaluada, y las unidades pares son las unidades de la frontera que cubren parte de ésta en la que se encuentra la unidad de referencia. La unidad de referencia y las unidades pares asociadas suelen interpretarse como las que indican la forma en que se puede mejorar a la unidad analizada.

Aunque los modelos clásicos de DEA suelen producir unidades de referencia combinadas, es decir, utilizan medias ponderadas de datos de varias unidades, sigue siendo cierto que los modelos DEA utilizan referencias basadas en un conjunto mucho más reducido de unidades, en comparación con los modelos paramétricos. Por lo tanto, se puede argumentar que una ventaja distintiva de DEA es que proporciona unidades comparables explícitas y reales.

En los modelos DEA, el número de unidades pares posibles para un análisis, es igual al número de insumos más el número de productos, excepto en el caso del modelo CRS, en el que generalmente puede haber una unidad paritaria menos. De acuerdo con la teoría de la programación lineal si existe una solución óptima, existe una base óptima para la cual, el número de variables positivas es como máximo igual al número de restricciones lineales. Por lo tanto, sólo se deben incluir las entradas y salidas que sean definitivamente relevantes. Si se incluyen demasiadas entradas y salidas, se tiende a hacer eficientes a muchas unidades y se pierde el poder discriminatorio del método, es decir, pierde la posibilidad de

distinguir el alto rendimiento de las demás. Por esta razón, se han sugerido reglas empíricas y una de ellas es para la relación entre el número de unidades a analizar y el número de insumos y productos considerados, la cual establece la conveniencia, de acuerdo con Bogetoft y Otto (2010), de que

$$k > 3(m + n) \text{ y } k > (m * n) \tag{2}$$

Donde:

k = número de unidades a analizar;

m = número de insumos; y

n = número de productos.

Estos criterios son los básicos, pero se pueden proponerse otras reglas.

Escala de eficiencia en DEA

La propuesta de Farrell (1957) visualiza la eficiencia desde una perspectiva real y no ideal, donde cada DMU es evaluada con relación a otras, tomadas de un grupo representativo y comparable. De esta forma, las medidas de eficiencia serán relativas y no absolutas, donde el valor alcanzado por una determinada unidad productiva corresponda a una expresión de la desviación observada, respecto a aquellas consideradas como más eficientes, dada la información disponible. Entonces, se deben examinar a un conjunto de DMU comparables entre sí, con la particularidad de que usan el mismo tipo de recursos o factores, para producir un conjunto de bienes similares o equivalentes.

Con el modelo CRS, y en cierta medida con los modelos DRS e IRS, el retorno a escala de las propiedades se fija, lo que no sucede para el modelo VRS y, por lo tanto, puede ser de interés conocer qué sucede si se cambia la escala de una unidad en análisis. Una posibilidad es que las entradas y salidas se escalarán hacia arriba y hacia abajo en las mismas proporciones.

En un modelo VRS con una sola entrada y salida es fácil verificar que a medida que se avanza a lo largo de la frontera de entradas, de la más pequeña a la más grande, los rendimientos a escala aumentan primero, luego se vuelven constantes y finalmente disminuyen. Económicamente, esto significa que el producto promedio, es decir, el número de salidas por unidad de entrada primero aumenta, luego es constante y al final disminuye (Figura 2).

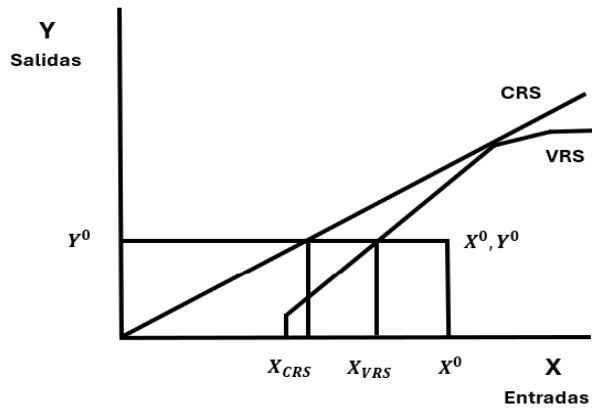


Figura 2. Escala de eficiencia en tecnología VRS.
 Fuente: Elaboración propia con base en Bogetoft y Otto (2010).

En DEA, para medir la pérdida por no operar en un tamaño de escala óptimo, se usa la noción de escala de eficiencia (SE) por sus siglas en inglés (Scale Efficiency). Este indicador se calcula como la razón entre la eficiencia de entradas de un modelo CRS con respecto a la de un modelo VRS, esto es:

$$SE(x^0, y^0) = \frac{(x^0, y^0; CRS)}{(x^0, y^0; VRS)} \quad (3)$$

Donde:

x^0 : dato de entrada en análisis;

y^0 : dato de salida en análisis.

Este indicador nunca es mayor que 1 y es igual a 1 cuando las tecnologías VRS y CRS coinciden, esto es, cuando una unidad en análisis está operando a un tamaño de escala óptimo. Cuanto el valor de SE es menor, se pierde más por no tener el producto promedio alto que se obtendría en un tamaño de escala más productiva.

Para entender mejor la SE, se puede reescribir de la siguiente forma:

$$(x^0, y^0; CRS) = (x^0, y^0; VRS) * SE(x^0, y^0) \quad (4)$$

En este sentido, la estrategia que propone Farrell (1957) es una técnica basada en el concepto de benchmark o de referencia, esto significa que podemos descomponer la eficiencia (relacionada con la tecnología CRS) en dos componentes:

- (i) eficiencia pura (técnica), que mide la capacidad de usar las mejores prácticas con la tecnología VRS;
- (ii) eficiencia a escala, que mide la capacidad de operar donde el promedio del grupo de productos de salida por grupo de insumos de entrada es máximo.

De esta forma, es posible establecer que la magnitud del valor de SE puede calcularse comparando las entradas indispensables sobre la frontera VRS eficiente y las entradas indispensables sobre la frontera CRS:

$$E(x^0, y^0; CRS) = \frac{\|x^{CRS}\|}{\|x^0\|} = \frac{\|x^{CRS}\|}{\|x^{VRS}\|} * \frac{\|x^{VRS}\|}{\|x^0\|} = SE(x^0, y^0) * E(x^0, y^0; VRS) \quad (5)$$

La escala de eficiencia SE expresa qué tan cerca está la DMU del tamaño óptimo de la escala, por eso, cuanto más grande es SE, más cerca está la DMU de la escala óptima. Esta información es interesante porque indica los beneficios probables de ajustar la escala de la DMU. Sin embargo, no muestra hasta qué punto un SE inferior a 1 se debe a que la empresa es demasiado pequeña o grande. Si la suma es menor que 1, la DMU está por debajo del tamaño de la escala óptima, y para el caso de ser mayor que 1, la DMU está por arriba del tamaño de la escala óptima.

En este punto puede entenderse, que el desarrollar análisis con base en una escala de eficiencia resulta ser atractivo, porque se logra una medida de lo que se podría beneficiar la DMU ajustando su tamaño, lo cual resulta útil durante el proceso de planeación estratégica, al decidir si se elige una estrategia de expansión o de contracción.

Sin embargo, hay algunas advertencias. En primer lugar, la idea de ajustar el tamaño de la escala puede no funcionar en la realidad, porque los mercados pueden no ser competitivos y algunas empresas pueden, por razones naturales, ser incapaces de cambiar su escala de operación. En segundo lugar, el tamaño óptimo de la escala depende de la dirección exacta en el espacio de entrada y salida. Por tanto, no es fácil derivar directrices sencillas al respecto.

Modelos DEA para medir la eficiencia

Si bien las brechas de eficiencia se pueden identificar con respecto a las medidas de desempeño individual, sigue siendo una tarea desafiante combinar las múltiples medidas en la etapa final. Por lo tanto, se

necesitan modelos de evaluación comparativa que puedan abordar múltiples medidas de rendimiento y proporcionar una medida integrada de evaluación comparativa. Esto debido a que, una vez que se establece la frontera, podemos comparar un conjunto de nuevas DMU con la frontera actual. Sin embargo, cuando una nueva DMU supera a la frontera identificada, DEA genera una nueva frontera, por lo que no tenemos la misma referencia (frontera) para otras (nuevas) DMU.

Esquemas de programación lineal y fraccional básicos para los modelos DEA

Para establecer el desarrollo matemático, se iniciará con la formulación de programación fraccional del modelo CCR, con el fin de considerar dos puntos relevantes:

- 1) generalizar la proporción de una salida con respecto a otra entrada;
- 2) derivar las evaluaciones de eficiencia para cada DMU en relación con el rendimiento de todas las DMU.

Entonces, considerando el modelo desarrollado por Cooper (2011) para rendimiento a escala constante orientado a las entradas, el cual se puede formular como:

$$\text{Max } h_0(u, v) = \frac{\sum_r u_r y_{r0}}{\sum_i v_i x_{i0}}$$

Sujeto a:

$$\frac{\sum_r u_r y_{rj}}{\sum_i v_i x_{ij}} \leq 1 \text{ para } j = 1, \dots, n$$

(6)

con

$$\frac{u_r}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}}, \frac{v_i}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}}$$

Donde las variables y_{rj} y x_{ij} corresponden a los valores de salidas y entradas, con $r = 1, \dots, s$ y $i = 1, \dots, m$ para cada $j = 1, \dots, n$ de las diferentes DMU, y las variables y_{r0} y x_{i0} en la función objetivo representan las salidas y entradas para la DMU₀ siendo evaluada.

El problema representado con la ecuación fraccional es convexo, pero no lineal y aplicando la transformación de variables propuesta por Charnes y Cooper (1962) para convertir el problema fraccional en uno equivalente de programación lineal denominado multiplicativo, se tiene:

$$\text{Max } z = \sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0}$$

Sujeto a:

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1$$

$$\mu_r, v_i \geq \varepsilon > 0$$

Donde:

y_{ri} y x_{ij} representan las cantidades de salidas y entradas, con $r = 1, \dots, s$ y $i = 1, \dots, m$, para cada $j = 1, \dots, n$ de las diferentes DMU;

μ_r y v_i son los pesos o multiplicadores de las salidas y entradas, respectivamente;

y_{r0} y x_{i0} representan las cantidades de salida y entrada de la unidad evaluada;

$\varepsilon > 0$ garantiza que las soluciones serán positivas en todas las variables, de modo que se deberá tener algún valor, por pequeño que sea, en cada entrada y salida.

Además, como se conoce que para cada problema de programación lineal se tiene asociado otro problema de programación lineal denominado problema dual, es posible establecer este problema dual, denominado modelo envolvente como:

$$Z_0^* = \min \theta - \varepsilon \left(\sum_{r=1}^s S_i^- + S_r^+ \right)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + S_i^- = \theta x_{i0} \quad i = 1, \dots, m \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^n y_r \lambda_j + S_r^+ = y_{r0} \quad r = 1, \dots, s$$

$$\lambda_j, S_i^-, S_r^+ \geq 0, \quad \forall i, j, r$$

Donde:

λ_j son las variables duales del problema;

S_i^- y S_r^+ son las variables de holgura de las entradas y salidas, $i = 1, \dots, m$; $r = 1, \dots, s$;

θ es la eficiencia de la unidad evaluada;

$\varepsilon > 0$ es un elemento denominado no arquimediano.

En los planteamientos (6) y (7) se tiene la definición de eficiencia con el cálculo del cociente en el objetivo de la DMU que se está siendo evaluada. La incorporación de la definición de eficiencia Pareto-Koopmans (Alberto Jaime, 2016) se representa en el modelo (8), lo que significa que una DMU será eficiente, si y solo si, $\theta^* = 1$ y todas las variables de holgura son cero, en caso contrario la DMU es calificada como ineficiente.

Algo interesante de esta definición de eficiencia, es que si en el óptimo $S_r^{+*} > 0$ significa que será posible incrementar la salida r de la DMU en evaluación en la cantidad dada por la holgura, con lo cual, la DMU en evaluación debería producir como salida $(y_r + S_r^{+*})$ en lugar de la cantidad observada y_r . De forma análoga, si en el óptimo $S_i^{-*} > 0$ para la entrada i de la DMU en evaluación, será posible reducir esa entrada en la DMU evaluada en $(x_i - S_i^{-*})$ en lugar de usar la cantidad x_i .

Modelo DEA BCC o VRS (con rendimiento a escala variable)

El modelo que se utiliza en este trabajo es el llamado modelo BCC o VRS propuesto por Banker (1984) que considera rendimiento a escala variable porque proporciona una medida de lo que se podría beneficiar la DMU ajustando su tamaño, lo cual es valioso en etapas de planeación estratégica, al decidir entre una estrategia de expansión o de contracción.

El modelo DEA bajo rendimientos variables a escala (VRS) ofrece numerosas ventajas cuando se evalúa la eficiencia de unidades de decisión (DMU). Permite evaluar la eficiencia en contextos donde las unidades operativas varían significativamente en tamaño y capacidad, proporcionando una evaluación de eficiencia más precisa y equitativa. Además, facilita la identificación de economías y deseconomías de escala, información valiosa para la toma de decisiones estratégicas (expansión o contracción de operaciones). El modelo VRS también distingue entre ineficiencia técnica (debido a la mala gestión de recursos) e ineficiencia de escala (debido a operar en un tamaño subóptimo), ofreciendo un análisis más detallado y específico que ayuda a los tomadores de decisiones a desarrollar estrategias de mejora efectivas y dirigidas. Por estas razones, el modelo VRS es considerado la opción preferida para benchmarking en muchos escenarios prácticos. Al no imponer la restricción de rendimientos constantes, puede aplicarse a una variedad más amplia de contextos y sectores, siendo más adaptable y útil para análisis de organizaciones con características operativas muy diversas.

Algo importante a considerar para seleccionar el modelo DEA a utilizar, es que en aquellas aplicaciones en las que los factores productivos (entradas) no están completamente bajo el control del administrador, los modelos orientados a las salidas serían adecuados; en tanto que si los resultados del proceso (salidas) son decididos por los objetivos de los administradores antes que establecidos a partir de la mejor práctica observada, sería preferible recurrir a modelos orientados a las entradas (Sodani, 2011).

El modelo al que se hace referencia como BCC o VRS es realmente una extensión del modelo CCR. Por tanto, su formulación es similar. La diferencia fundamental entre estos modelos es que BCC introduce el supuesto de rendimientos variables a escala y CCR considera rendimientos constantes a escala. Esta diferencia se establece por la restricción de convexidad que se le asocia al modelo BCC (9).

$$Z_0^* = \min \theta - \varepsilon \left(\sum_{r=1}^s S_r^- + S_r^+ \right)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + S_i^- = \theta x_{i0} \quad i = 1, \dots, m \tag{9}$$

$$\sum_{j=1}^n y_r \lambda_j + S_r^+ = y_{r0} \quad r = 1, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad j = 1, \dots, n$$

$$\lambda_j, S_i^-, S_r^+ \geq 0, \quad \forall i, j, r$$

Donde $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$; $j = 1, \dots, n$ es la restricción de convexidad.

La DMU evaluada será calificada como eficiente, según la eficiencia de Pareto-Koopmans, si y solo si en la solución óptima $\theta = 1$ y las variables de holgura $S^{-*} = 0$ y $S^{+*} = 0$

La naturaleza de los rendimientos a escala que prevalecen localmente para una DMU puede ser determinada a partir del modelo (9). De esta forma, si considera una muestra de n DMU y se supone que la DMU₀ cumple las condiciones de eficiencia de Pareto-Koopmans, la resolución del problema dado por el modelo (9) para la referida DMU₀ producirá los valores óptimos λ^* , de tal forma que:

- $\sum \lambda^* > 1$: Prevalecen localmente rendimientos decrecientes a escala para la DMU₀ ;
- $\sum \lambda^* = 1$: Prevalecen localmente rendimientos constantes a escala para la DMU₀;

- $\sum \lambda^* < 1$: Prevalen localmente rendimientos crecientes a escala para la DMU₀.

Resolución del problema

Para realizar este trabajo se utilizó la información correspondiente a la cartera de inversión de PEP de 2018 para el grupo de 368 asignaciones de extracción, que se localizan en diferentes zonas geográficas de México y son operadas a través de las Subdirecciones de Producción Bloques Aguas Someras 01, 02, Sur y Norte (SPBAS01, SPBAS02, SPBSur, SPBNorte) (López Bautista, 2020). Para este análisis se propuso por parte de la dependencia, elegir 30 asignaciones con base en Valor Presente Neto antes de impuestos (VPN AI), ya que con base en este indicador son consideradas como las más importantes de este grupo de asignaciones, quedando el ordenamiento inicial para las 30 DMU seleccionadas como en la Tabla 2.

Tabla 2
 Ordenamiento de las DMU's en función de su VPN AI (mmpesos).

Posición por VPN	DMU	VPN AI	Posición por VPN	DMU	VPN AI
1	1-DMU	441 882	16	16-DMU	47 429
2	2-DMU	251 937	17	17-DMU	45 380
3	3-DMU	232 699	18	18-DMU	40 838
4	4-DMU	215 256	19	19-DMU	38 880
5	5-DMU	132 616	20	20-DMU	31 730
6	6-DMU	107 990	21	21-DMU	30 726
7	7-DMU	107 049	22	22-DMU	29 264
8	8-DMU	99 994	23	23-DMU	29 040
9	9-DMU	89 925	24	24-DMU	27 238
10	10-DMU	85 308	25	25-DMU	26 513
11	11-DMU	72 545	26	26-DMU	21 871
12	12-DMU	58 630	27	27-DMU	18 872
13	13-DMU	54 788	28	28-DMU	14 008
14	14-DMU	51 401	29	29-DMU	6 897
15	15-DMU	49 574	30	30-DMU	6 552

Fuente: Elaboración basada en datos de PEMEX (2018) reportados en López Bautista (2020).

Se propuso utilizar el modelo DEA con rendimiento de escala variable BCC estableciendo el análisis a través de las entradas, debido a que los factores productivos (entradas) están completamente bajo el control del administrados, siendo las variables de entrada para cada DMU la inversión o presupuesto otorgado y el gasto de operación anuales en miles de millones de pesos para cada asignación, y como variables de salida la producción anual de aceite y la producción anual de gas, en millones de barriles diarios de crudo (MBD) y miles de millones de pies cúbicos diarios de gas (MMPCD), respectivamente.

Los datos usados de cada DMU para el análisis de eficiencia relativa a través de DEA se presentan en la Tabla 3 en donde además se indica, que la DMU22 no tiene producción de aceite por lo que se le asigna un valor pequeño para ese dato.

Tabla 3
 Datos usados como entradas y salidas para el análisis.

DMU	Entradas		Salidas	
	Inversión	Gasto de Operación	Producción de Aceite	Producción de Gas
DMU1	155785	81489	1220826	463273
DMU2	124 696	862 398	102 043	119 753
DMU3	416 626	348 326	1 700 383	3 522 258
DMU4	88 085	43 929	602 843	279 350
DMU5	111 135	69 268	461 578	112 838
DMU6	26 242	15 216	189 970	243 843
DMU7	41 334	17 989	236 899	157 790
DMU8	92 350	22 831	289 842	246 491
DMU9	146 523	33 479	420 975	322 511
DMU10	26 496	24 223	115 354	1 410 747
DMU11	32 073	14 827	126 579	411 081
DMU12	55 217	50 579	240 657	371 240
DMU13	124 927	23 280	252 374	426 033
DMU14	32 147	162 077	198 701	22 731
DMU15	17 776	10 172	121 881	78 567
DMU16	15 141	4 801	77 974	141 419
DMU17	57 006	37 445	173 227	472 601
DMU18	17 365	70 088	83 184	908 152
DMU19	30 029	12 117	115 097	64 082
DMU20	68 425	13 545	118 821	387 982
DMU21	5 236	9 206	33 324	270 462
DMU22	123 245	28 741	100	1 140 092
DMU23	27 701	26 385	116 183	281 574
DMU24	22 991	47 516	102 059	79 379
DMU25	29 319	123 203	140 295	142 26
DMU26	46 240	3 818	78 611	359 27
DMU27	25 477	4 351	92 088	272 79
DMU28	24 189	3 315	48 934	714 08
DMU29	38 567	27 148	108 207	3 365 31
DMU30	15 868	22 508	68 931	721 28

Fuente: Elaboración basada en datos de PEMEX (2018).

Se implementó el modelo BCC para entradas en una aplicación con R-Shiny, con la finalidad de tener una herramienta de fácil acceso y sin mayor costo para la empresa.

Tabla 4
 Resultados del análisis de eficiencia.

DMU	Eficiencia	Holgura Inversión	Holgura Gasto Operación	Lamdasum	Rendimiento
DMU1	1	0	0	1	Constant
DMU2	1	0	4.18672E-07	1	Constant
DMU10	1	0	0	1	Constant
DMU16	1	0	0	1	Constant
DMU21	1	0	0	1	Constant
DMU26	1	0	0	1	Constant
DMU27	1	0	0	1	Constant
DMU18	0.989417	0	50119.57182	1.28739	Decreasing
DMU6	0.978516	0	0	0.29684	Increasing
DMU4	0.909399	0	0	0.97552	Increasing
DMU15	0.882501	0	0	0.21473	Increasing
DMU28	0.858775	6234.201896	0	0.62624	Increasing
DMU7	0.852157	0	0	0.89169	Increasing
DMU14	0.76129	0	0	0.18478	Increasing
DMU11	0.740564	0	0	1.25613	Decreasing
DMU20	0.721542	25710.72711	0	1.45503	Decreasing
DMU8	0.70319	0	0	2.89793	Decreasing
DMU22	0.681112	62531.16314	0	0.80815	Increasing
DMU9	0.67579	0	0	4.35744	Decreasing
DMU13	0.654419	23544.96276	0	3.2342	Decreasing
DMU19	0.601878	0	0	0.4364	Increasing
DMU25	0.593201	0	0	0.12766	Increasing
DMU12	0.574854	0	0	1.26119	Decreasing
DMU23	0.567729	0	0	0.99233	Increasing
DMU24	0.567682	0	0	0.26498	Increasing
DMU30	0.562516	0	0	0.23993	Increasing
DMU3	0.547658	0	0	12.11254	Decreasing
DMU5	0.529565	0	0	0.37926	Increasing
DMU17	0.447665	0	0	0.46989	Increasing
DMU29	0.419167	0	0	0.40583	Increasing

Fuente: Elaboración propia.

Con la información obtenida de la Tabla 4 al aplicar DEA, se identifican como eficientes a las siguientes 7 DMU, Tabla 5.

Tabla 5
 DMU eficientes.

DMU	Eficiencia
DMU1	1.00
DMU2	1.00
DMU10	1.00
DMU16	1.00
DMU21	1.00
DMU26	1.00
DMU27	1.00

Fuente: Elaboración propia.

Sin embargo, de acuerdo con el concepto de eficiencia de Pareto-Koopmans, de estas 7 DMU consideradas en la frontera de eficiencia, la DMU2 debe considerarse como ineficiente debido a que tiene holgura diferente de cero (4.18672E-07) para la entrada 2, aunque este valor es muy pequeño (Gasto de Operación).

Considerándose a las demás 23 DMU como ineficientes, Tabla 6.

Tabla 6
DMU ineficientes.

DMU	Eficiencia
DMU18	0.989417
DMU6	0.978516
DMU4	0.909399
DMU15	0.882501
DMU28	0.858775
DMU7	0.852157
DMU14	0.76129
DMU11	0.740564
DMU20	0.721542
DMU8	0.70319
DMU22	0.681112
DMU9	0.67579
DMU13	0.654419
DMU19	0.601878
DMU25	0.593201
DMU12	0.574854
DMU23	0.567729
DMU24	0.567682
DMU30	0.562516
DMU3	0.547658

La representación gráfica de los resultados de eficiencia obtenidos para los 30 pozos petroleros analizados, se presentan en Figura 3.

Fuente: Elaboración propia.

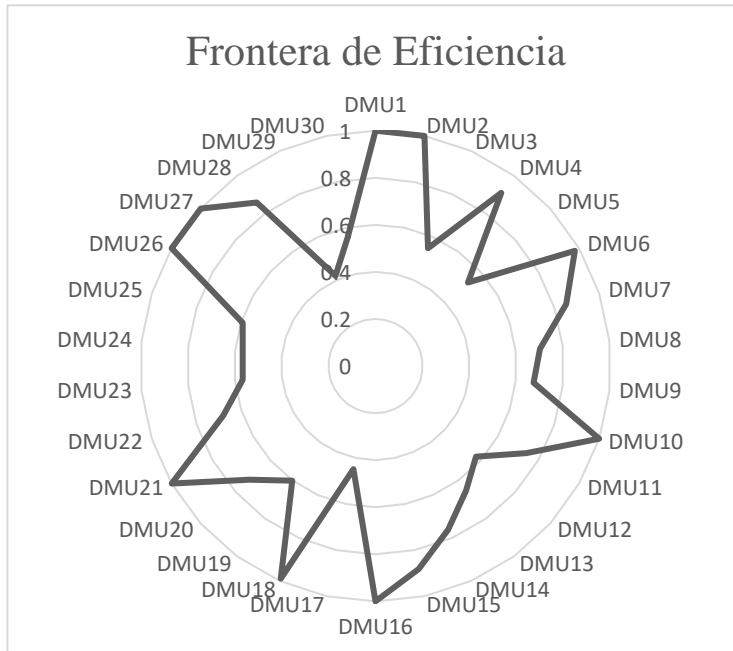


Figura 3. Eficiencia técnica de las 30 DMU evaluadas.
Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 7 se presenta un análisis comparativo de los resultados de eficiencia obtenidos con DEA, estableciendo una relación comparativa de los 7 pozos que resultaron estar en la frontera de eficiencia y su ubicación en la jerarquía realizada con el análisis de Indicadores Financieros que se realiza en PEMEX.

A través de esta comparación se puede verificar que de las 7 asignaciones evaluadas con DEA como eficientes, solo 3 de ellas se encuentran entre las primeras tres posiciones obtenidas al utilizar el análisis con Indicadores Financieros que realiza PEMEX, quedando las otras 4 DMU que también se encuentran en la frontera de eficiencia con DEA, en los lugares 8, 16, 27 y 28 del análisis con indicadores financieros.

Tabla 7
 Comparativa de la jerarquización.
 Análisis comparativo DEA vs Indicadores Financieros.

Asignación	Jerarquía DEA	Asignación	Jerarquía PEMEX
DMU16	1	DMU1	1
DMU10	1	DMU2	2
DMU26	1	DMU10	3
DMU2	1	DMU4	4
DMU21	1	DMU6	5
DMU27	1	DMU7	6
DMU1	1	DMU11	7
DMU18	0.98941693	DMU21	8
DMU6	0.97851623	DMU12	9
DMU4	0.90939874	DMU9	10
DMU15	0.88250099	DMU14	11
DMU28	0.85877482	DMU15	12
DMU7	0.85215713	DMU29	12
DMU14	0.76129046	DMU8	14
DMU11	0.74056402	DMU5	15
DMU20	0.72154223	DMU16	15
DMU8	0.70319000	DMU18	15
DMU22	0.68111247	DMU17	18
DMU9	0.67578981	DMU23	19
DMU13	0.65441908	DMU13	20
DMU19	0.60187758	DMU3	21
DMU25	0.59320128	DMU20	22
DMU12	0.5748543	DMU25	23
DMU23	0.56772876	DMU19	24
DMU24	0.56768248	DMU30	25
DMU30	0.56251646	DMU22	26
DMU3	0.54765841	DMU27	27
DMU5	0.52956473	DMU26	28
DMU17	0.4476646	DMU24	29
DMU29	0.41916741	DMU28	30

Fuente: Elaboración propia.

Conclusiones

El propósito principal de este trabajo fue evaluar la eficiencia relativa de las asignaciones petroleras de PEP con DEA y comparar estos resultados con los que se obtienen a través de usar Indicadores de Rentabilidad Económica, para realizar un benchmarking de las asignaciones petroleras que conformen la cartera de inversión para PEP.

En un análisis comparativo se pudo verificar que solamente 3 asignaciones petroleras que se encuentran en la frontera de eficiencia con DEA también están entre las 7 primeras posiciones al usar Indicadores de Rentabilidad Económica.

También del análisis comparativo se verificó que 2 asignaciones consideradas como eficientes con DEA, se encuentran en las últimas posiciones (27 y 28) al usar el análisis económico que se realiza en PEMEX, y que 2 de las asignaciones que se encuentran entre las 7 primeras posiciones al realizar el análisis económico resultan con eficiencias por abajo del 85%.

El utilizar para este análisis el modelo VRS permite identificar las DMU que están operando en una región de economías de escala, deseconomías de escala o rendimientos constantes a escala. Esta información es valiosa para la toma de decisiones estratégicas, como la expansión o contracción de operaciones.

Al conocer con DEA el tipo de rendimiento que tienen cada una de las DMU analizadas, se podrá determinar aquellas DMU con rendimiento a escala creciente, a las cuales se les podrá asignar mayores recursos presupuestales para que su producción sea mayor.

En este caso en particular, utilizando la información de las variables de holgura y los rendimientos a escala se podrá reasignar el presupuesto que no ejercen ciertas unidades, a aquellas que operan con rendimientos de escala positivos para mejorar su eficiencia y producción.

A través de determinar la eficiencia técnica de cada una de las asignaciones petrolera analizadas, ha sido posible conocer la tecnología subyacente que tiene en común cada pozo petrolero, lo que rara vez se conoce.

Con los resultados de eficiencia técnica obtenidos para cada pozo petrolero, se ha encontrado su tecnología subyacente, esto es, los coeficientes tecnológicos con los cuales se podrá utilizar la programación matemática para realizar una asignación presupuestaria en los siguientes portafolios de inversión de PEP.

Con la información disponibles y el valor de eficiencia relativa encontrado de cada asignación petrolera, se ha determinado la desviación observada que tiene cada una de éstas respecto a las consideradas como más eficientes, lo que permitirá en una planeación estratégica indicar las acciones que deberán realizarse para mejorar los resultados obtenidos.

Al realizar con DEA la clasificación comparativa para formar la cartera de inversión de PEP considerando la eficiencia técnica de las asignaciones, posibilita contar con una herramienta de optimización confiable para resolver el problema de asignación presupuestaria en PEP y, por lo tanto, obtener un portafolio de inversión más robusto.

Con la información que se puede obtener a través de la estructura prima y dual planteada para resolver con programación lineal el modelo DEA, es posible y de gran utilidad su interpretación económica ya que permite analizar las DMU ineficientes e identificar oportunidades de mejora para la toma de decisiones.

La información generada con DEA es confiable y certera para la toma de decisiones, además, es útil para poder proponer políticas de mejoramiento para las asignaciones ineficientes en función de las buenas prácticas de las asignaciones que se encuentran en la frontera de eficiencia.

De tal forma, se recomienda implementar y utilizar el análisis con DEA para generar información y lograr mayor certidumbre en la toma de decisiones, esto llevará a tener la posibilidad de contar con una herramienta de optimización para resolver el problema de asignación presupuestaria en PEP, considerando las buenas prácticas que desarrollan las asignaciones petroleras en función de su eficiencia técnica y así, integrar un portafolio de inversión más robusto.

Referencias

- Alberto Jaime, J. (2016). *Formulaciones en el análisis envolvente de datos (dea). resolución de casos prácticos*. Sevilla: Universidad de Sevilla. Facultad de matemáticas.
- Alidrisi, H. A. (2019). Monitoring the performance of petrochemical organizations in Saudi Arabia using data envelopment analysis. *Mathematics*, 7(6), 519. <https://doi.org/10.3390/math7060519>
- Atris, A. M. (2020). Assessment of oil refinery performance: Application of data envelopment analysis-discriminant analysis. *Resources Policy*, 65, 101543. <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2019.101543>
- Banker, R. D. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management science*, 30(9), 1078-1092. <https://doi.org/10.1287/mnsc.30.9.1078>
- Barros, C., & Antunes, O. S. (2014). Productivity change in the oil blocks of Angola. *Energy Sources, Part B: Economics, Planning, and Policy*, 9(4), 413-424. <https://doi.org/10.1080/15567249.2010.497794>
- Bezerra, P. R. C., Vieira, M. M., & de Almeida, M. R. (2017). Comparative Analysis About the Application of Methods of the Data Envelopment Analysis (DEA) in the Oil Industry.

- International Journal of Engineering Sciences & Research Technology. 6(3), marzo.
<https://doi.org/10.5281/zenodo.345699>
- Bogetoft, P., & Otto, L. (2010). *Benchmarking with dea, sfa, and r* (Vol. 157). Springer Science & Business Media. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-7961-2_2
- Centro de Investigación Económica y Presupuestaria, A.C. (CIEP). (2023). *La importancia fiscal de PEMEX: hacia la era post petróleo*. Ciudad de México: Centro de Investigación Económica y Presupuestaria A.C. Disponible en: <https://ciep.mx/neQW>. Consultado: 08/XI/2023
- Charnes, A., & Cooper, W. W. (1962). Programming with linear fractional functionals. *Naval Research logistics quarterly*, 9(3-4), 181-186. Charnes, A. C. (1978). Measurement of Productive Efficiency. *European Journal of Operational Research*. Serie A, Vol. 3, 429-444. <https://doi.org/10.1002/nav.3800100123>
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, 2(6), 429-444. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(78\)90138-8](https://doi.org/10.1016/0377-2217(78)90138-8)
- Chen, C. M., & Wang, H. (2024). Comparing eco-efficiency with productive efficiency: Addressing the dimensionality issue. *European Journal of Operational Research*, 313(3), 1170-1179. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2023.09.001>
- Cooper, W. W., Seiford, L. M., & Zhu, J. (2011). *Handbook on data envelopment analysis*. Second Edition. New York: International Series in operations Research & management Science. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-6151-8>
- Dalei, N. N., & Joshi, J. M. (2020). Estimating technical efficiency of petroleum refineries using DEA and tobit model: An India perspective. *Computers & Chemical Engineering*, 142, 10704. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2020.107047>
- Farrell, M. J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society Series A: Statistics in Society*, 120(3), 253-281. <https://doi.org/10.2307/2343100>
- Hatami-Marbini, A., Arabmaldar, A., & Asu, J. O. (2022). Robust productivity growth and efficiency measurement with undesirable outputs: evidence from the oil industry. *Or Spectrum*, 44(4), 1213-1254. <https://doi.org/10.1007/s00291-022-00683-y>
- Keynes, J. M. (2014). *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero*. Fondo de Cultura Económica. ISBN: 9786071624284
- Koopmans, T. (1976). Concepts of optimality and their uses. *The scandinavian Journal of Society* 78(4), 542-560. <https://doi.org/10.2307/3439525>
- López Bautista, G. (2020). *Jerarquización de Asignaciones de PEMEX Exploración y Producción en términos de eficiencia, aplicando la técnica de análisis de Envolverte de Datos (DEA)*. [Tesis de

- maestría, Universidad Nacional Autónoma de México]. Repositorio institucional - Universidad Nacional Autónoma de México.
- Ohene-Asare, K., Turkson, C., & Afful-Dadzie, A. (2017). Multinational operation, ownership and efficiency differences in the international oil industry. *Energy Economics*, 68, 303-312. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2017.10.006>
- Oliveira, M. S. D., Lizot, M., Siqueira, H., Afonso, P., & Trojan, F. (2023). Efficiency analysis of oil refineries using DEA window analysis, cluster analysis, and Malmquist productivity index. *Sustainability*, 15(18), 13611. <https://doi.org/10.3390/su151813611>
- PEMEX. (2018). Anuario Estadístico . Disponible en: [https://www.pemex.com/ri/Publicaciones/Anuario Estadístico %20Archivos/anuario-estadistico_2018.pdf](https://www.pemex.com/ri/Publicaciones/Anuario%20Estadistico%20Archivos/anuario-estadistico_2018.pdf). Consultado: 23/10/23
- PEMEX. (2022). Anuario Estadístico . Disponible en: [https://www.pemex.com/ri/Publicaciones/Anuario %20Estadistico %20Archivos/Anuario %2022_VF.pdf](https://www.pemex.com/ri/Publicaciones/Anuario%20Estadistico%20Archivos/Anuario%2022_VF.pdf). Consultado: 23/10/23
- Sanchez-Robles, B., Herrador-Alcaide, T. C., & Hernández-Solís, M. (2022). Efficiency of European oil companies: an empirical analysis. *Energy Efficiency*, 15(8), 63. doi.org/ 10.1007/s12053-022-10069-2
- Sodani, P. R. (2011). Ramanathan, R. An Introduction to data envelopment analysis: A tool for performance measurement. SAGE Publications, New Delhi, 2003, pp. 201. Rs 320. *Journal of Health Management*, 13(1), 113-114. <https://doi.org/10.1177/097206341001300107>
- Tavana, M., Khalili-Damghani, K., Arteaga, F. J. S., & Hosseini, A. (2019). A fuzzy multi-objective multi-period network DEA model for efficiency measurement in oil refineries. *Computers & Industrial Engineering*, 135, 143-155. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.05.033>
- Vikas, R. V. (2019). Efficiency evaluation of Indian oil and gas sector: Data envelopment analysis. *International Journal of Emerging Markets*. 14(2), 362-378. <https://doi.org/10.1108/ijoem-01-2018-0016>
- Wang, Y., Yao, L., Cui, S., & Zhu, Z. (2022). Eco-efficiency Assessment of Chinese Petrochemical Enterprises: A Data Envelopment Analysis Approach. *Energy & Environment*, 33(6), 1160-1180. <https://doi.org/10.1177/0958305X211065424>